



Реализация немодульных операций на когерентных модулярных сумматорах

(Военный институт радиоэлектроники, г. Воронеж)

Предложен новый подход к выполнению немодульных операций в модулярной арифметике, идея которого базируется на изоморфности конечных множеств результатов аддитивных операций в кольце целых чисел и дискретных состояний фазы (временного положения) периодического колебания, кодируемых в соответствии со значениями операндов. Существо данного подхода иллюстрируется на примере устройств, реализующих немодульные операции преобразования позиционного кода в код вычета по модулю и преобразования по заданной функциональной зависимости модулярного кода в напряжение.

Одной из основных причин достаточно ограниченного применения на практике вычислительных структур в системе остаточных классов (СОК) является наличие проблемы немодульных операций. Известно [1], что базовой при выполнении таких операций является процедура формирования модулярных сумм вида

$$R = \left| \sum_{i=1}^n |F_i(a_i)|_m \right|_m, \quad (1)$$

где $|x|_y$ – вычет числа x по модулю y ; $F_i(a_i)$ – целочисленная функция вычета a_i по некоторому модулю m , реализуемая как унарное преобразование $a_i \rightarrow F_i(a_i)$.

Обычно [2] для вычисления (1) применяются n -местные сумматоры на полупроводниковых логических вентилях в виде пирамид двухместных сумматоров по модулю. Поскольку число ярусов здесь равно двоичному логарифму числа слагаемых, время получения модульной суммы будет прямо пропорционально как числу ярусов, так и задержке в логическом вентиле. Если ориентироваться на традиционную элементную базу, то очевиден единственный путь повышения быстродействия выполнения немодульных операций, который заключается в уменьшении времени переключения логических вентилях. Вместе с тем, учитывая то, что современная микроэлектроника подходит к пределу своих технологических возможностей, по видимому, в ближайшей перспективе не следует ожидать существенного повышения быстродействия вычислительных устройств на полупроводниковых логических вентилях.

В этой связи необходимы принципиально иные подходы к выполнению n -местных арифметических операций по модулю. Идея одного из таких подходов базируется на изоморфности множества результатов аддитивных операций в кольце целых чисел и множества дискретных состояний фазы (временного положения) периодического колебания, кодируемых в соответствии со значениями операндов [3]. Управляя фазой (временной задержкой) периодического колебания можно получать значение суммы любого числа слагаемых в (1), которая в данном случае будет прямо пропорциональна суммарному фазовому сдвигу (временному положению) этого колебания. Так как в настоящее время при использовании практически однотипной элементной базы реализуемая частота гармонических колебаний на один-два порядка превышает тактовую частоту наиболее быстродействующих цифровых схем, то осуществляя сжатие масштаба времени за счет использования в качестве опорного колебания сигнала СВЧ диапазона, возможно достижение достаточно высокого быстродействия выполнения n -местных арифметических операций по модулю.

Рассмотрим более подробно существо данного подхода.

Известно, что если гармоническое колебание с фиксированными значениями амплитуды U и частоты w :

$$u(t) = U \cos(wt) \quad (2)$$

проходит через n последовательно соединенных фазовращателей, то фазовый набег в них суммируется и на выходе последнего (n -го) фазовращателя это колебание будет описываться выражением

$$u_n(t) = U \cos\left(w \cdot t - \left| \sum_{i=1}^n j_i \right|_{2p}\right), \quad (3)$$

где j_i – сдвиг фазы в i -ом фазовращателе.

Пусть значение фазового сдвига в i -ом фазовращателе прямо пропорционально величине операнда a_i :

$$j_i = \frac{2p}{m} \cdot a_i \quad (a_i = \overline{0, m-1}; \quad i = \overline{1, n}). \quad (4)$$

Тогда используя равенство

$$\left| \sum_{i=1}^n j_i \right|_{2p} = \left| \frac{2p}{m} \cdot \sum_{i=1}^n a_i \right|_{2p} = \frac{2p}{m} \cdot \left| \sum_{i=1}^n a_i \right|_m, \quad (5)$$

получим на основании (3) - (5)

$$u_n(t) = U \cdot \cos\left(w \cdot t - \frac{2p}{m} \cdot \left| \sum_{i=1}^n a_i \right|_m\right) \quad (6)$$

Из (6) видно, что после прохождения гармонического колебания через n фазовращателей, сдвиги фазы в которых прямо пропорциональны значению слагаемых a_i , $i = \overline{1, n}$, результирующий набег фазы гармонического колебания будет прямо пропорционален следующей величине:

$$X = \left| \sum_{i=1}^n a_i \right|_m . \quad (7)$$

Следовательно, для определения вычета суммы n чисел по модулю m достаточно измерить сдвиг фазы гармонического колебания $u_n(t)$ (6) относительно $u(t)$ (2).

Потенциально наиболее высокая достоверность измерения величины сдвига фазы может быть достигнута в оптимальном измерителе фазы сигнала известной формы [4], представляющем собой набор корреляторов, вычисляющих взаимокорреляционные функции гармонического колебания (6) с m опорными колебаниями, формируемыми путем соответствующей задержки во времени опорного колебания (2). По аналогии с когерентным приемом в теории связи, назовем сумматор, реализующий на основании изложенного подхода n -местную операцию сложения чисел по модулю m , *когерентным модулярным сумматором* (КМС). Структурная схема когерентного модулярного сумматора приведена на рис. 1, где символами \times и \int соответственно обозначены аналоговые перемножители и интеграторы.

В схеме когерентного модулярного сумматора, в зависимости от значений операндов a_j , управление фазой гармонического колебания осуществляется на фиксированной частоте генератора (Γ). Поэтому реализация управляемых фазовращателей (УФ) с минимальными фазовыми ошибками технически не вызывает принципиальных трудностей, как это показано в [6] на примере манипулятора фазы с переключаемыми каналами. В таком УФ изменение фазы происходит путем коммутации отрезков передающих линий, имеющих различную длину, и, соответственно, в зависимости от длины линии l можно получить в пределах $0\text{К}90^0$ сдвиг фазы: $Dj = 2 \cdot p \cdot l/l$, где l – длина волны в линии. Путем наращивания количества секций фазовращателей может быть обеспечен любой фазовый сдвиг в пределах $0\text{К}360^0$. Для фазовращателей такого типа фазовая ошибка на фиксированной частоте не превышает десятые доли градуса [6].

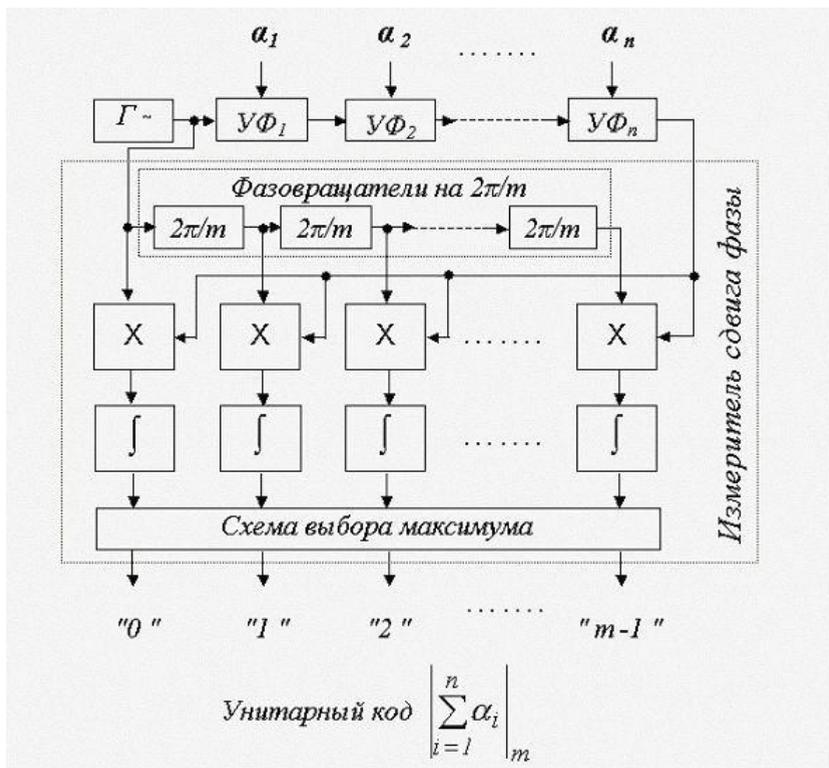


Рис. 1. Когерентный модулярный сумматор

В качестве базового элемента схемы выбора максимума измерителя сдвига фазы может быть использован триггерный усилитель дифференциальных сигналов, способный различать сигналы с перепадом уровня менее 50 мВ [7].

Как уже отмечалось выше, для достижения максимального быстродействия и возможности создания КМС в интегральном исполнении, его функциональные элементы желательно реализовать в СВЧ диапазоне, где они имеют минимальные размеры, что соответственно позволяет обеспечить минимальные задержки при распространении сигналов.

Например, в коротковолновой части СВЧ диапазона (миллиметровом диапазоне длин волн) в измерителе сдвига фазы корреляторы могут быть выполнены на бескорпусных смесительных диодах и микрополосковых линиях передачи в виде кольцевого балансного

фазового детектора, в нагрузку которого включен фильтр нижних частот (ФНЧ) [5]. В простейшем случае ФНЧ реализуется как интегрирующая RC -цепь с постоянной времени, в два-три раза превышающей длительность периода T опорного гармонического колебания. Тогда продолжительность переходного процесса в таком корреляторе может быть оценена на уровне **5К10** периодов опорного колебания (2).

Учитывая, что максимальная задержка гармонического сигнала в управляемом фазовращателе не превышает длительности периода T этого сигнала [6], общее время расчета суммы n чисел по модулю m в схеме когерентного модулярного сумматора будет составлять величину порядка

$$t_{\Sigma} = n \cdot T + 10 \cdot T . \quad (8)$$

Так, при частоте генератора 400 ГГц и $n = 10$, указанное время будет равно

$t_{\Sigma} = 10 \cdot 0,25 \cdot 10^{-11} + 10 \cdot 0,25 \cdot 10^{-11} \approx 0,5 \cdot 10^{-10}$ с, что значительно меньше, чем в аналогичных схемах n – местных сумматоров на полупроводниковых логических вентилях [2].

Простота формирования модульных сумм в когерентном модулярном сумматоре свидетельствует о предпочтительности его применения в базовых структурах модулярной арифметики, предназначенных для перехода от позиционного кода к модулярному и обратно, а также для выполнения немодульных операций других типов. В отличие от традиционных вычислительных структур на полупроводниковых логических вентилях [8], КМС позволяет исключить многие последовательные вычислительные процедуры и тем самым в ряде случаев реализовать одноктактный режим выполнения немодульных операций.

В качестве иллюстрации этого на рис. 2 приведена структурная схема преобразователя двоичного позиционного кода в код остатка по модулю m [9].

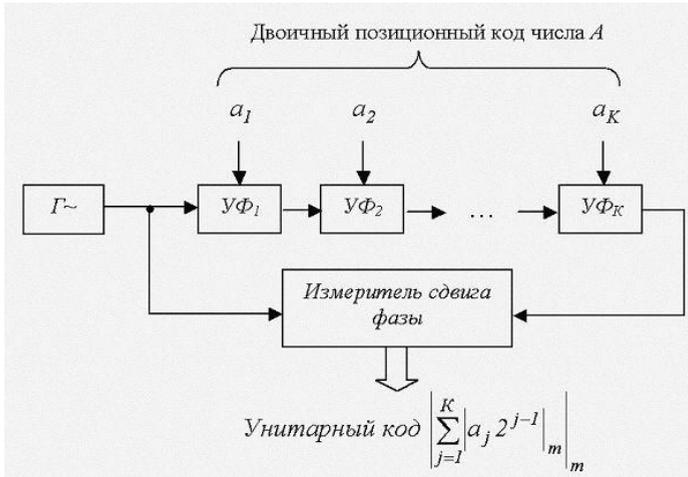


Рис. 2. Преобразователь двоичного позиционного кода в код остатка по модулю m

Здесь в управляемых фазовращателях $УФ_j$ осуществляется сдвиг

фазы на угол $\beta_j = \frac{2p}{m} \left| 2^{j-1} \right|_m$ при $a_j = 1$, либо на угол $\beta_j = 0$ при $a_j = 0$, где a_j – j -ый разряд K -значного двоичного позиционного кода, $j = \overline{1, K}$.

Вариант схемы управляемого фазовращателя, в котором реализуется поворот на две градации фазы [6], изображен на рис. 3.

В этой схеме длина канала задержки l_1 выбирается из условия получения требуемого изменения фазы $\beta_j = \frac{2p}{m} \left| 2^{j-1} \right|_m$.

Короткозамкнутый шлейф l_2 дополняет половину петли канала задержки до четвертьволновой длины $l_2 + l_1/2 = l/4$ (l – длина волны гармонического колебания в линии). Когда диоды V_1 и V_2 открыты, гармоническое колебание распространяется по опорному каналу со сдвигом фазы $\beta_j = 0$, поскольку канал задержки совместно с дополнительным шлейфом l_2 образует два короткозамкнутых чет-

вертьволновых шлейфа, не влияющих на прохождение сигнала по опорному каналу. Когда диоды V_1 и V_2 заперты, гармоническое колебание распространяется по каналу задержки. Указанная схема осуществляет поворот фазы на угол в пределах $0 \leq \varphi < 2\pi$. Путем наращивания количества секций фазовращателей может быть обеспечен любой сдвиг фазы в пределах $0 \leq \varphi < 2\pi$.

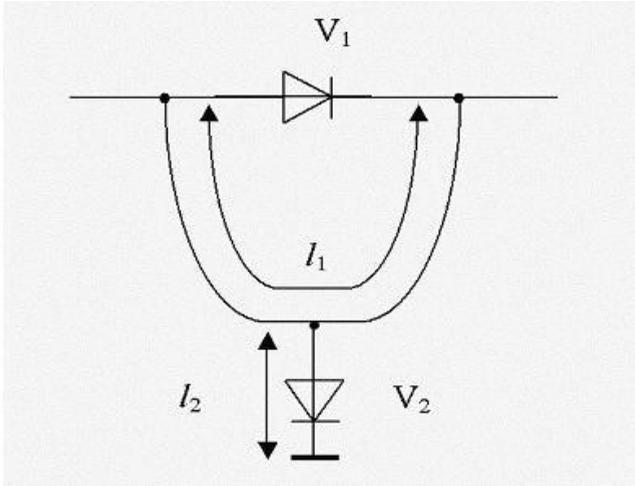


Рис. 3. Управляемый фазовращатель на две градации фазы

Таким образом, суммарный набег фазы на выходе K -го управляемого фазовращателя будет прямо пропорционален остатку по модулю m K -значного двоичного позиционного кода числа

$$A = \sum_{j=1}^K a_j \cdot 2^{j-1} :$$

$$\left\lfloor \sum_{j=1}^K \frac{2^p}{m} \left\lfloor a_j \cdot 2^{j-1} \right\rfloor_m \right\rfloor_{2^p} = \frac{2^p}{m} \left\lfloor \sum_{j=1}^K \left\lfloor a_j \cdot 2^{j-1} \right\rfloor_m \right\rfloor_m .$$

Величина набег фазы определяется в измерителе сдвига фазы, где формируется унитарный код искомого остатка.

Быстродействие такого преобразователя может быть оценено по

формуле (8).

Еще одним примером эффективного применения КМС могут быть устройства преобразования модулярного кода в напряжение или ток, использующиеся при сопряжении разнотипных блоков информационно-измерительных систем. Традиционно [1,10], в таких устройствах преобразования получение аналоговой величины осуществляется в два этапа: вначале модулярный код переводится в позиционный и затем из этого позиционного кода формируется напряжение путем суммирования токов, прямо пропорциональных весам разрядов позиционного кода, на общем сопротивлении нагрузки.

Идея способа цифроаналогового преобразования с применением КМС базируется на китайской теореме об остатках [11].

Действительно, если установить сдвиги фазы j_i ($i = \overline{1, N}$) в N последовательно соединенных управляемых фазовращателях на угол $j_i = \frac{2p}{m_i} \left| a_i \cdot m_{i,N} \right|_{m_i}$, где m_i – основания СОК; a_i – i -

ый разряд модулярного кода; $m_{i,N}$ – константа, определяемая как

решение сравнения $\frac{M_N}{m_i} \cdot m_{i,N} \equiv 1 \pmod{m_i}$; $M_N = \prod_{i=1}^N m_i$,

то суммарный набег фазы гармонического колебания на выходе N – го фазовращателя в соответствии с китайской теоремой об остатках (КТО) будет определяться выражением:

$$\begin{aligned} F_S &= \left| \sum_{i=1}^N j_i \right|_{2p} = \left| \sum_{i=1}^N \frac{2p}{m_i} \cdot \left| a_i \cdot m_{i,N} \right|_{m_i} \right|_{2p} = \\ &= \frac{2p}{M_N} \left| \sum_{i=1}^N M_{i,N} \cdot \left| a_i \cdot m_{i,N} \right|_{m_i} \right|_{M_N} = \frac{2p}{M_N} A. \quad (9) \end{aligned}$$

Следовательно, суммарный набег фазы гармонического колебания F_S прямо пропорционален величине числа A , модулярный код

которого представлен остатками $(a_1, a_2 \dots a_N)$ по соответствующим основаниям СОК m_i ($i = \overline{1, N}$).

Данный способ наиболее просто позволяет выполнять функциональные преобразования кода СОК в напряжение следующего вида: $A \rightarrow \cos\left(\frac{2p}{M_N} A\right)$ либо $A \rightarrow \sin\left(\frac{2p}{M_N} A\right)$, как это иллюстрируется схемами на рис. 4.

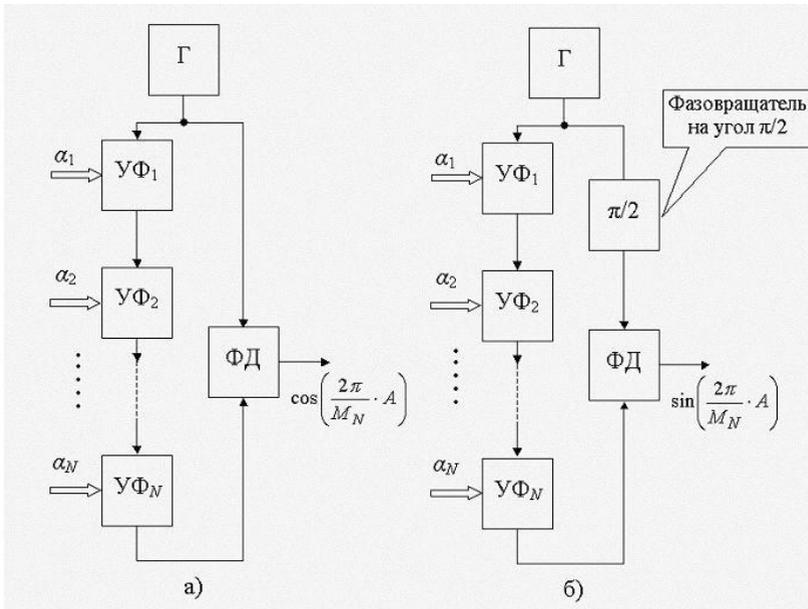


Рис. 4. Функциональные цифроаналоговые преобразователи (ЦАП) кода СОК в напряжение в соответствии с тригонометрической зависимостью

Полагая задержку в управляемых фазовращателях $УФ_i$ ($i = \overline{1, N}$) равной периоду T частоты генератора (Γ) гармонического колебания, а длительность переходного процесса в фазовом детекторе ($\Phi Д$) — $(5 \dots 10)T$, есть основание считать, что суммарное время преобразования в ЦАП на рис. 4 будет составлять величину поряд-

ка $N \cdot T + (5\mathbf{K}10) \cdot T$. То есть, при использовании генератора миллиметрового диапазона длин волн может быть достигнуто достаточно высокое быстродействие преобразования – на уровне единиц наносекунд, что соизмеримо с быстродействием лучших образцов ЦАП в ПСС [12].

Учитывая приближенное равенство $\sin\left(\frac{2p}{M_N} A\right) \approx \frac{2p}{M_N} A$ при

$|A| \ll M_N$, ЦАП на рис. 4б может быть использован для линейного преобразования кода СОК в напряжение. С этой целью основной диапазон изменения данных в модулярном процессоре $[0, M_N)$ необходимо расширить путем добавления дополнительных оснований СОК, так, чтобы выполнялось приведенное выше неравенство. При этом приемлемая для практики точность преобразования достигается, если диапазон представления чисел СОК превышает диапазон изменения данных не менее, чем в 30...50 раз [13].

Реализация линейного преобразования кода СОК в более широком диапазоне, а также преобразований с другим видом функциональной зависимости, может быть осуществлена на основе аппроксимации требуемой функции $F(A)$ усеченным рядом Фурье [13]:

$$F(A) = b_0 + \sum_{j=1}^n b_j \cdot \cos\left(\frac{2p}{M_N} \cdot A \cdot j + f_j\right), \quad (10)$$

где b_j и f_j – соответственно амплитудные и фазовые коэффициенты j – го члена ряда Фурье.

На рис. 5 представлена схема ЦАП кода СОК, в которой в соответствии с выражением (10) реализован алгоритм функционального преобразования вида: $A \rightarrow F(A)$.

В этой схеме делитель мощности формирует из опорного гармонического колебания генератора (Γ) n гармонических колебаний с амплитудами и фазами b_j и f_j . В устройствах отображения УО_{ji}

$(j = \overline{1, n}; i = \overline{1, N})$ выполняются унарные преобразования унитарных кодов a_i в код $|j \cdot a_i \cdot m_{i,N}|_{m_i}$, а в управляемых фазовращателях УФ $_{ji}$ – сдвиг фазы на угол $j_{ji} = \frac{2p}{m_i} |j \cdot a_i \cdot m_{i,N}|_{m_i}$. В соответствии с КТО, на выходе j – ой линейки фазовращателей суммарный набег фазы гармонического колебания будет равен:

$$F_{Sj} = \left| \sum_{i=1}^N j_{ji} \right|_{2p} = \left| \sum_{i=1}^N \frac{2p}{m_i} \cdot |j \cdot a_i \cdot m_{i,N}|_{m_i} \right|_{2p} =$$

$$= \frac{2p}{M_N} \left| \sum_{i=1}^N M_{i,N} \cdot |j \cdot a_i \cdot m_{i,N}|_{m_i} \right|_{M_N} = \frac{2p}{M_N} \cdot |A \cdot j|_{M_N} = \left| \frac{2p}{M_N} \cdot A \cdot j \right|_{2p}.$$

Следовательно, на выходе сумматора мощности сформируется суммарное колебание, прямо пропорциональное

$$\sum_{j=1}^n b_j \cdot \cos \left(w \cdot t - \frac{2p}{M_N} \cdot A \cdot j - f_j \right),$$

которое в результате взаимодействия с опорным колебанием генератора в фазовом детекторе (ФД) преобразуется к виду $\sum_{j=1}^n b_j \cdot \cos \left(\frac{2p}{M_N} \cdot A \cdot j + f_j \right)$. И, на-

конец, на выходе сумматора, выполненного на операционном усилителе, окончательно получаем напряжение, прямо пропорциональное значению усеченного ряда Фурье (10).

В предположении того, что задержка в сумматоре мощности и в каждом управляемом фазовращателе равна периоду опорного гармонического колебания – T , а длительность переходного процесса в фазовом детекторе (ФД) — $(5 \dots 10)T$, находим оценку времени преобразования кода МСС: $(N + 1) \cdot T + (5 \mathbf{K} 10) \cdot T$, которое может быть равно менее 1 нс при использовании генератора миллиметрового диапазона длин волн.

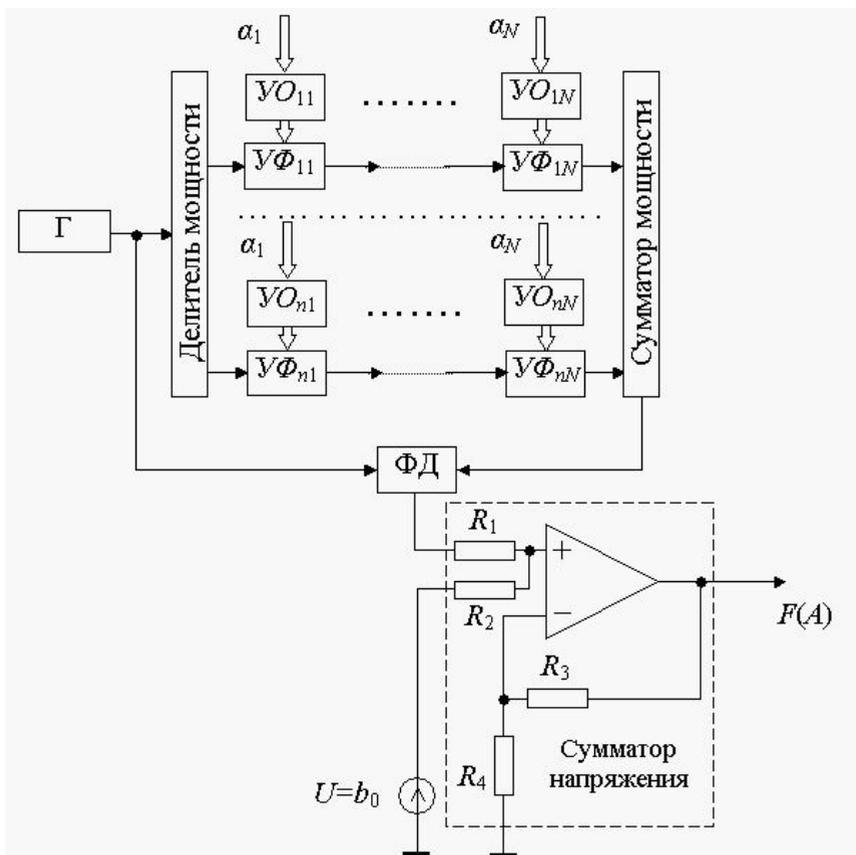


Рис. 5. Функциональный цифроаналоговый преобразователь кода СОК в напряжение в соответствии с зависимостью, аппроксимируемой усеченным рядом Фурье

Основное достоинство предлагаемого подхода к реализации цифроаналогового преобразования заключается в отсутствии необходимости промежуточного перевода модулярного кода в позиционный код, что, в конечном итоге, является предпосылкой существенного увеличения быстродействия выполнения немодульной операции преобразования «цифровой код – аналоговая величина».

- Таким образом, по сравнению с ранее применявшимися вычислительными блоками на полупроводниковых логических венти-

лях когерентный модулярный сумматор является более адекватным средством отображения алгоритмов немодульных операций на вычислительные структуры модулярной арифметики.

Литература

1. Чернявский А.Ф., Данилевич В.В., Коляда А.А., Селянинов М.Ю. Высокоскоростные методы и системы цифровой обработки информации. – Мн.: Белгосуниверситет, 1996. – 376 с.
2. Червяков Н.И. Организация арифметических расширителей в микропроцессорных системах, базирующихся на множественном представлении информации// Управляющие системы и машины. – 1987. – №1. – С.26-29.
3. Овчаренко Л.А. Вариант реализации основных операций в модулярном арифметическом устройстве// Телекоммуникации. – 2001. – №3. – С.8-11.
4. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. – М.: Сов. радио, 1966. – 678 с.
5. Микроэлектронные устройства СВЧ: Учеб. Пособие для радиотехнических специальностей вузов/ Г.И. Веселов, Е.Н. Егоров, Ю.Н. Алехин и др.; Под ред. Г.И. Веселова. – М.: Высш. шк., 1980. – 280 с.
6. Соколинский В.Г., Шейнкман В.Г. Частотные и фазовые манипуляторы. – М.: Радио и связь, 1983. – 192 с.
7. Кристовский Г.В., Погребной Ю.Л. Методика разработки КМОП БИС с малыми логическими перепадами// Успехи современной радиоэлектроники. – 2002. – №7. – С.25-35.
8. Коляда А.А., Пак И.Т. Модулярные структуры конвейерной обработки цифровой информации. – Мн.: Университетское, 1992. – 256 с.
9. Патент РФ №2192092. Устройство для преобразования n – разрядного двоичного позиционного кода в двоичный код остатка по модулю m / Овчаренко Л.А., Турченяк В.И. – 2002. – Бюл. № 30.
10. Абрамсон И.Т., Авров О.М., Лапкин Л.Я. Кодирование электрических величин в системе остаточных классов// Автомат-

рия. – 1975. – №2. – С.23-29.

11. Акушский И.Я., Юдицкий Д.И. Машинная арифметика в остаточных классах. – М.: Сов. радио, 1968. – 440 с.

12. Гитис Э.И., Пискулов Е.А. Аналого-цифровые преобразователи. – М.: Энергоиздат, 1981. – 360 с.

13. Овчаренко Л.А. Цифроаналоговый преобразователь кода системы остаточных классов контроллера управления динамическим объектом// Известия вузов – Радиоэлектроника. – 2002. – №11 – С.29-33.