УДК 519.725; 621.3.037.3 А.А. Смирнов

КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ В СИСТЕМЕ ОСТАТОЧНЫХ КЛАССОВ

(*Ставропольский государственный университет*)

В статье рассматривается автокорреляционный анализ функций, представленных в системе остаточных классов. Показано, что автокорреляционная функция сигнала в системе остаточных классов представляет собой разложение исходной автокорреляционной функции по основаниям системы остаточных классов.

In a paper the autocorrelated analysis of functions represented in a system of residual classes is considered. Is shown, that the autocorrelation function of a signal in a system of residual classes represents expansion of initial autocorrelated function on foundations of a system of residual classes.

1. Введение.

Основу корреляционного анализа составляет интегральное исчисление. Корреляционный анализ позволяет оценивать некоторые характеристики как детерминированных, так и случайных сигналов. Так энергетический спектр сигнала связан с его автокорреляционной функцией (АКФ) $R(t)$ преобразованием Хинчена-Винера.

В настоящее время математический аппарат корреляционного анализа хорошо развит для сигналов, представленных в позиционной системе счисления (ПСС), т. е. в такой системе, в которой запись числа осуществляется последовательностью чисел, значность которых зависит от их позиций. Например в числе 135 единица на третьей позиции означает три сотни, тройка на второй позиции означает три десятка и т. д. В данной системе счисления алгебраические операции сложения и умножения осуществляются последовательно от разряда к разряду. Существуют и непозиционные системы счисления, такие как система остаточных классов (СОК) в которой каждое число представляется набором независимых вычетов (a_i) по взаимно-простым основаниям (p_i). При этом указанные алгебраические операции осуществляются параллельно по всем вычетам без переносов из разряда в разряд.

Известно, что любой сигнал $S(t)$ в ПСС может быть представлен в СОК. В этом случае исходный сигнал представляется совокупностью сигналов $\{S_i(t)\}$ по соответствующим основаниям p_i. Очевидно, что АКФ такого сигнала должна представлять собой совокупность АКФ $R_i(t)$, соответствующих каждому основанию p_i.

Целью статьи является определение АКФ функции в СОК при определенной АКФ в ПСС.

2. Решение задачи.

Очевидно, что функция, как отношение на множестве чисел в СОК может быть представлена функцией модулярного аргумента. Другими словами, если функция в ПСС представляется в виде $f(x)$, то в СОК по основаниям $\{p_i\}$ та же функция может быть представлена набором функций по отдельному основанию

$$f_{COK}(x) = \{f(x) \bmod p_i\}_L, \qquad (1)$$

где $i = 1...L$ – i-е основание СОК, L – число оснований СОК.

Исходная автокорреляционная функция для $f(t)$ может быть представлена в виде

$$R(t) = \int_{-T/2}^{T/2} f(t) f(t-t) dt, \qquad (2)$$

где T – период сигнала. В общем случае непериодического сигнала $T \to \pm\infty$. Пусть функция $f(x)$ имеет такую обратную функцию

$y(x)$, что для любых $x \in Z$ выполняется $y(x) \in Z$, тогда определенный интеграл этой функции, взятой по модулю p, сравним с определенным интегралом этой функции по тому же модулю для любых целых значений пределов интегрирования. Подставим выражение (1) в (2) и получим

$$R_i(t) = \int_{-T/2}^{T/2} [f(t) \bmod p_i][f(t-t) \bmod p_i]dt \,.$$

Откуда согласно теории сравнений

$$R_i(t) \equiv \int_{-T/2}^{T/2} [f(t)f(t-t)] \bmod p_i dt. \qquad (3)$$

С учетом теоремы о модулярном интегрировании получим

$$R_i(t) \equiv \int_{-T/2}^{T/2} [f(t)f(t-t)] \bmod p_i dt \equiv$$

$$\left(\int_{-T/2}^{T/2} f(t)f(t-t)dt\right) \bmod p_i = R(t) \bmod p_i. \qquad (4)$$

Последнее выражение можно сформулировать в виде теоремы.

Теорема 1.

Автокорреляционная функция сигнала $f(x)$, имеющего такую обратную функцию $y(x)$, что для любых $x \in Z$ выполняется $y(x) \in Z$, представленного в СОК есть суть перевода самой автокорреляционной функции $R(t)$ этого сигнала $f(x)$ из ПСС в СОК $\{R_i(t)\}_L$ по взаимно простым основаниям p_i, $i = 1...L$.

Следствием теоремы 1 является тот факт, что в случае представления сигнала в СОК он должен характеризоваться несколькими интервалами корреляции τ_{k_i} по каждому основанию p_i

$$t_{k_i} = \frac{\int_0^\infty [R(t) \bmod p_i]dt}{R(0)} = \frac{\int_0^\infty R(t)dt}{R(0)} \bmod p_i = t_k \bmod p_i \qquad (5)$$

Последнее выражение справедливо только для случая, если АКФ

$R(t)$ имеет такую обратную функцию $R^{-1}(t)$, что для любых $t \in Z$ выполняется $R^{-1}(t) \in Z$. Т. е. целое значение функции соответствует целому значению аргумента. Такими свойствами обладает, например, АКФ дискретного сигнала.

3. Выводы.

На основе проведенного анализа можно сделать следующие выводы.

1. Автокорреляционный анализ функций, представленных в СОК может быть сведен к автокорреляционному анализу отдельных компонент набора сигналов по соответствующим основаниям.

2. АКФ сигнала в СОК есть модулярное представление исходной АКФ сигнала, представленного в ПСС.

3. Интервал корреляции сигнала в ПСС определяется корреляционными интервалами каждого из вычетов в СОК относительно исходного сигнала.

Литература

1. Червяков Н.И. и др. Модулярные параллельные вычислительные структуры нейропроцессорных систем. – М.: Физматлит, 2003. – 288 с.

2. Акушский И.Я., Пак И.Т. Машинная арифметика в остаточных классах. – М.: Сов. радио, 1968. – 440 с.

3. Смирнов А. А. Математическое описание сигналов, используемых для передачи данных в параллельном формате // Вестник Ставропольского государственного университета, 2004. Вып. 38. – С. 40 – 45.

4. Смирнов А.А. Применение чисел Мерсена и Ферма в качестве оснований системы остаточных классов в двоичном канале связи // Инфокоммуникации технологии, 2004. № 2. – 64 с.

5. Бернард Скляр. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение, 2-е издание. – М.: Вильямс, 2003. – 1104 с.