



МОДУЛЯРНЫЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ СТРУКТУРЫ: ВЧЕРА, СЕГОДНЯ, ЗАВТРА

*(НИИ Прикладных физических проблем им. А.Н. Севченко
БГУ, г.Минск)*

Как известно, в процессе развития компьютерных наук и их многочисленных приложений фундаментальную роль играют параллельные вычислительные структуры (ВС); и особое место среди таких структур занимают модулярные ВС (МВС). Обладая максимальным уровнем внутреннего параллелизма, МВС представляют собой уникальное средство декомпозиции вычислительных процессов на независимые друг от друга subprocesses, определённые на математических моделях с элементами которые изменяются в диапазонах небольшой (в сравнении с исходным диапазоном) мощности [1–6].

Естественный параллелизм МВС обеспечивает им ряд фундаментальных преимуществ над позиционными структурами:

- выполнение всех модульных операций – сложения, вычитания и умножения без контроля переполнения за одно и то же время;
- табличную природу компьютерных алгоритмов модулярной арифметики (МА);
- простоту конвейеризации вычислений на уровне цифр модулярных кодов (МК) [4];
- широкие возможности модулярных систем счисления (МСС) для проведения численно-аналитических расчётов с повышенной и со сверхвысокой точностью (в режиме модульных вычислений (РМВ)) [7–9];
- исключительно высокую производительность при обработке данных, представляющих собой элементы более сложных, чем вещественные диапазоны, математических моделей таких, как множества комплексных чисел, кватернионов, полиномов и тому подобных [10–17];
- эффективность модулярных кодовых конструкций с обнаружением и исправлением ошибок;
- способность МВС к гибкой реконфигурации, позволяющей адаптировать (перестраивать) архитектуру вычислительных систем адекватно классам решаемых задач, динамике внутренней логики выполняемых процессов, внешним условиям, сбойным ситуациям и прочим факторам;
- идеальную приспособленность компьютерных процедур МА к реализациям на СБИС, в том числе на нетрадиционных перспективных СБИС таких, в частности, как оптоэлектронные СБИС, СБИС на многозначной логике и других [18–21].

Благодаря как отмеченным, так и некоторым другим важным достоинствам, МВС идеально согласуются с концепциями передовых компьютерных идеологий, в том числе положенных в основу супер-ЭВМ, мультипроцессорных, многомашинных, транспьютерных, нейронносетевых и тому подобных систем параллельной обработки информации [22–27]. Именно этим обстоятельством и объясняется постоянный живой интерес специалистов, как теоретиков так и практиков, к МА на протяжении всего 50-летнего периода развития. В настоящее время со всей определённостью можно говорить как о вполне сложившихся модулярных направлениях в информатике, цифровой обработке сигналов (ЦОС), криптологии,

других областях.

Анализ направлений теоретических и прикладных исследований по МВС показывает, что они, фактически, всегда были подчинены одной и той же стратегической цели – реализации в рамках текущего состояния вычислительной техники фундаментальных преимуществ МА как можно в более полной мере. При этом характер осуществлявшихся разработок и реальные успехи технологий модулярной обработки информации (ТМОИ) на конкретных исторических этапах, естественно, в первую очередь определялись уровнем элементной базы.

Начальный период развития МА – период становления (1955–1980), характеризовался интенсивными исследованиями в области создания теоретических основ компьютерной арифметики МСС. Здесь следует отметить фундаментальные труды как зарубежных специалистов (Szabo, Tanaka, Garner, Jullien), так и советских учёных (И.Я. Акушкин, В.М. Амербаев, И.Т. Пак и др.). Вклад в теорию МВС специалистов московско-алма-атинской школы, родоначальниками которой являются И.Я. Акушкин и В.М. Амербаев, представляется особенно значимым. Разработанные ими методы выполнения немодульных операций, базирующиеся на так называемых ранговых и ядерных интегральных характеристиках МК (ИХМК), сыграли основополагающую роль в последующих исследованиях по оптимизации МВС. Что же касается теоретических разработок, выполненных В.М. Амербаевым и И.Т. Паком в области создания версий МА, которые предназначены для быстрых параллельных вычислений в комплексных диапазонах, то они остаются востребованными по сей день. Лишь в середине 80-х годов XX века по мере совершенствования интегральных технологий указанные комплексные варианты МА, главным образом в виде так называемой квадратичной версии (G.A.Jullien, M.A. Bayoumi, M.A.Soderstrand, F.J.Taylor, W.K.Jenkins, A.Skavantzios, G.Alia, E.Martinelli) стали широко применяться для реализации процедур ЦОС и, в частности, ДПФ. Исследования В.М. Амербаева, относящиеся к проблемам модулярных вычислений на произвольных математических моделях – множествах гиперкомплексных чисел, полиномов и тому подобных, по существу, составили основу интенсивно развивающегося в течение последних 25 лет нового направления – модулярной компьютерной алгебры. Кроме комплексных и квадратичных данное направление охватывает также полиноми-

альные и другие МВС [28,29].

В зависимости от типа базовых ИХМК наиболее употребительные подходы к построению МА можно разделить на два принципиально различных класса. Первый характеризуется применением в качестве ИХМК цифр полиадического кода, а второй – использованием ранговой характеристики [1–4]. В МСС с модулями m_1, m_2, \dots, m_k нормированный ранг $\rho_k(X)$ целого числа X определяется равенством

$$|X|_{M_k} = \sum_{i=1}^k M_{i,k} \left| M_{i,k}^{-1} \chi_i \right|_{m_i} - M_k \rho_k(X), \quad (1)$$

где $M_k = \prod_{j=1}^k m_j$; $M_{i,k} = M_k / m_i$; через $|a|_m$ обозначается

элемент множества $\mathbf{Z}_m = \{0, 1, \dots, m-1\}$, сравнимый с величиной a (в общем случае рациональной) по натуральному модулю m ; $C_i = |X|_{m_i}$. При попарно простых m_1, m_2, \dots, m_k в рамках соотношения (1) устанавливается изоморфное отображение между вычетами X кольца \mathbf{Z}_{M_k} (диапазона МСС) и их МК $(\chi_1, \chi_2, \dots, \chi_k) \in \mathbf{Z}_{m_1} \times \mathbf{Z}_{m_2} \times \dots \times \mathbf{Z}_{m_k}$. При этом вычисление $\rho_k(X)$ даёт возможность реализовать указанное отображение.

Известно, что расчёт ИХМК, как коэффициентов полиадического представления, так и ранга $\rho_k(X)$ числа $X \in \mathbf{Z}_{M_k}$ по его МК $(\chi_1, \chi_2, \dots, \chi_k)$ фактически сводится к суммированию $k-1$ различных наборов вычетов с формированием количеств выходов сумм за пределы колец $\mathbf{Z}_{m_2}, \mathbf{Z}_{m_3}, \dots, \mathbf{Z}_{m_k}$. При максимальном распараллеливании вычислений соответствующая компьютерная процедура выполняется за $\lfloor \log_2 k \rfloor + 1$ модульный такт. Поскольку сложность и быстрдействие того или иного варианта МА находятся в прямой зависимости от одноименных показателей базовой процедуры формирования ИХМК, то одним из возможных путей совершенствования МВС является применение альтернативных, более эффективных по отношению к классическим, ИХМК. Период развития

ТМОИ с 1970 по 1990 годы во многом можно характеризовать как оптимизационный. Это относится не только к теоретическим исследованиям, но и к конкретным приложениям МА.

Ещё в конце 60-х годов XX века в целях упрощения алгоритмов немодульных операций некоторыми исследователями (Sasaki, Rao) была предложена модулярная кодовая конструкция, которая наряду с остатками по модулям явно включала и ИХМК типа ранга. Это позволяет уменьшить сложность определения ИХМК суммы, разности и произведения чисел. При этом, однако, ввиду неоднородности кода затрудняется помодульная организация вычислений (РМВ). К тому же авторами выдвинутой идеи не была решена проблема ограничения и регуляризации рабочего диапазона. Как отмеченные, так и ряд других недостатков систем счисления Сасаки удалось устранить в рамках так называемого минимально избыточного модулярного кодирования [4].

Минимально избыточная МСС (МИМСС) в качестве рабочего диапазона использует множество $D = \{-M, -M + 1, \dots, M - 1\}$, где $M = m_0 M_{k-1}$; m_0 - вспомогательный модуль, удовлетворяющий условиям $m_0 \geq r = \max_X \{r_{k-1}(X)\}$ и $m_k \geq 2m_0 + r$. Произвольный элемент X диапазона D восстанавливается по своему минимально избыточному МК $(\chi_1, \chi_2, \dots, \chi_k)$ согласно формуле

$$X = \sum_{i=1}^{k-1} M_{i, k-1} \left| M_{i, k-1}^{-1} \chi_i \right|_{m_i} + M_{k-1} I(X), \quad (2)$$

где $I(X)$ – целочисленная величина, названная интервальным индексом (ИИ) числа X .

В отличие от ранга $r_k(X)$ вычисление ИИ $I(X)$ требует сложения по модулю m_k только k вычетов. Благодаря данному обстоятельству на базе интервально-модулярной формы (2) построена так называемая минимально избыточная МА (МИМА), которая существенно проще классических аналогов. Это преимущество достигается как на вещественных диапазонах, так и на более сложных математических моделях [13,14,16,17].

К проблематике оптимизации МВС относятся также разработки по созданию версий компьютерной арифметики, адаптированных к

существующей элементной базе, которая ориентирована на вычисления в позиционных системах счисления (ПСС). Начиная с 80-х годов XX века в приложениях МА по ЦОС и криптографии широко применяются, например, МВС, синтезированные для специальных наборов модулей. Наибольшее распространение получили, в частности МСС с основаниями $2^n - 1$, 2^n , $2^n + 1$ (n – натуральное число).

В русле оптимизационного направления находятся также исследования, нацеленные на реализацию фундаментальных преимуществ МА и арифметики ПСС в рамках гибридных ВС каскадного типа. Речь идёт о так называемых позиционно-модулярных ВС (ПМВС), которые порождаются композицией позиционного и модулярного кодирований [30]. В рамках определяющего отображения позиционно-модулярной системы счисления (ПМСС) цифры внешнего (позиционного) кода представляются в МСС. За счёт применения на внутреннем уровне МК результирующая конструкция позволяет уменьшить сложность формирования аддитивных и мультипликативных переносов в разрядах внешнего уровня, повысить скорость выполнения арифметических операций, расширить возможности в части проведения вычислений с повышенной точностью, унификации процессорных блоков, контроля ошибок, оптимизировать ряд других показателей.

Впервые для построения вычислительной машины ПМВС была применена в середине 60-х годов прошлого столетия группой учёных МИЭТ (Зеленоград), которую возглавляли И.Я. Акушский и Д.И. Юдицкий. В базовой ПМСС на внешнем уровне использовалась ПСС с основанием $p=10$, а на внутреннем – МСС с модулями $m_1=2$ и $m_2=5$. По сравнению с ЭВМ, функционирующей в двоично-десятичном коде, реализованный проект обеспечил не только экономию оборудования, но и увеличение скорости выполнения арифметических операций, особенно умножения. Однако по мере развития интегральных технологий полученное преимущество фактически исчезло. С другой стороны, благодаря крупным успехам, достигнутым на протяжении последних 15–20 лет в области производства БИС, вполне естественным и логичным стал следующий важный шаг на пути создания качественно новой позиционно-модулярной вычислительной технологии, характеризующийся применением на внешнем уровне ПСС с большими основаниями: от 2^8 до 2^{12} и более. Соответственно это потребовало использования на внутреннем уровне МСС с числом модулей от 3 до 6 с раз-

рядностью 3,4 бита. Теоретические и конкретные разработки по обозначенному направлению плодотворно проводились в течение 1980–1990 годов как за рубежом, так и в СССР, главным образом, в МИИГА и НИИ точного электронного прибора строения под руководством В.Г. Евстигнеева. Исследования и результаты их опытной апробации позволяют заключить, что каскадные ПМВС, занимая промежуточное положение между позиционными и модулярными ВС, представляют собой весьма привлекательную альтернативу по отношению к каждому из этих классов структур. Проведенные недавно в НИИ прикладных физических проблем БГУ (Минск) исследования по оптимизации ПМВС показали, что если на внутреннем каскаде вместо МСС использовать МИМСС, то эффективность данных ВС существенно повышается [8,9].

Говоря о конкретных приложениях ТМОИ, прежде всего, отметим, что подлежащие реализации целевые функции обычно сводятся к вычислительной модели, которая состоит из набора модульных сегментов выполняемых в РМВ. При этом диапазон применяемой МСС, естественно, должен включать конечные результаты счёта на всех сегментах. Корректность РМВ обеспечивается с помощью операций масштабирования. Описанная организация модулярных вычислений позволяет использовать МА с минимальным набором немодульных процедур, включающим лишь кодовые преобразования с масштабированием. Для МИМСС в настоящее время разработаны эффективные процедуры требуемого класса [4,5,31,32]. Поэтому МИМА-реализации вычислительных процессов, укладываемые в рассмотренную схему, оказываются существенно проще избыточных аналогов.

В течение периода с 1980 по 1990 годы в НИИ ПФП (Минск) на базе МИМА разработано целое семейство периферийных процессоров (ПП), предназначенных для реализации в составе ПЭВМ ряда трудоёмких процедур ЦОС. Приведём краткую информацию о некоторых из выполненных разработок.

1. На основе алгоритма Винограда создан ПП для выполнения ДПФ, объёмы которых являются произведениями натуральных степеней попарно простых чисел из множества $\{2,3,\dots,9\}$ [33–35]. Процессор выполнен в виде платы и имеет следующие характеристики:

- вычисления проводятся в режиме с блочной плавающей запятой;
 - вещественные и мнимые части отсчётов входных сигналов представляются 12-битовыми, а выходных – 16-битовыми дополнительными двоичными кодами;
 - абсолютная погрешность вычислений на стадиях быстрой процедуры ДПФ не превышает 2^{-16} ;
 - результирующая абсолютная погрешность ограничена порогом 2^{-12} ;
 - тактовая частота составляет 10МГц;
 - выполнение одного 1260-точечного ДПФ занимает не более 2мс;
 - суммарное количество используемых интегральных микросхем – 91.
2. Разработан ПП для адаптивной КИХ-фильтрации, который выполнен в виде платы [36,37]. Процессор имеет характеристики:
- непосредственно в ПП выполняются процедуры КИХ- фильтрации над вещественными сигналами, длины которых не превышают 16 отсчётов;
 - базовый набор импульсных характеристик реализуемых фильтров может включать до 8 вариантов;
 - отсчёт входных и выходных сигналов представляются 16-битовыми двоичными кодами;
 - абсолютная погрешность ограничена сверху порогом 2^{-16} ;
 - производительность ПП составляет 32млн арифметических операций в секунду;
 - пропускная способность ПП адекватна скорости обмена данными ПЭВМ с периферийными устройствами;
 - количество используемых микросхем – 78.
3. На основе технологии параллельных вычислений в пространствах ортогональных проекций создан ПП [38–40] для системы,

предназначенной для оперативного управления космическими средствами наблюдения. По сравнению с традиционно применяемыми компьютерно-арифметическими, алгоритмическими и программно-аппаратными технологиями предложенный процессор обеспечивает более чем 100-кратное повышение производительности при 50-кратном сжатии входных сигналов.

Анализ публикаций по приложениям МА показывает, что применение высокоскоростных систем модулярной обработки информации (СМОИ) на основе параллельно-конвейерных БИС- и СБИС-архитектур во многих областях, безусловно, оказывается оправданным. Вместе с тем, в настоящее время интенсивно ведутся многообещающие исследования и конкретные проектные разработки (К. Pltssmann, J.Wollert, С.А. Инютин и др.), которые нацелены на реализацию фундаментальных преимуществ МА на вычислительных системах позиционного типа. Речь, в частности, идёт о внедрении многомашинной и особенно мультипроцессорной ТМОИ, причём преимущественно на программном уровне [7,23,24]. Обозначенный подход позволяет синтезировать принципиально новые варианты МА, которые характеризуются несоизмеримо большей свободой выбора значений модулей МСС и объёмов рабочих таблиц, чем в случае применения чисто аппаратного подхода. Это открывает исключительно широкие возможности для расширения пределов действия РМВ и, что особенно важно, без использования дорогостоящих специализированных средств. Следует особо подчеркнуть, что по мере расширения сферы распространения ПЭВМ мультипроцессорного типа (а уже сейчас этот процесс резко интенсифицируется) потребительский рынок программного продукта, созданного на основе указанной ТМОИ, также будет расти.

Литература

1. Акушский И.Я., Юдицкий Д.И. Машинная арифметика в остаточных классах. – М.: Сов. Радио, 1968. – 440 с.
2. Торгашов В.А. Система остаточных классов и надёжность ЦВМ. – М.: Сов. Радио, 1973. – 118 с.
3. Амербаев В.М. Теоретические основы машинной арифметики. –Алма-Ата: Наука, 1976. – 320 с.
4. Коляда А.А., Пак И.Т. Модулярные структуры конвейерной обработки цифровой информации. Мн.: Университетское, 1992. 256 с.

5. Чернявский А.Ф., Данилевич В.В., Коляда А.А., Селянинов М.Ю. Высокоскоростные методы и системы цифровой обработки информации. Мн.: Белгосуниверситет, 1996. 376 с.
6. Ирхин В.П. Проектирование непозиционных специализированных процессоров. Воронеж: Изд. Воронеж. ун-та, 1999. 136 с.
7. Инютин С.А. Модулярные вычисления в сверхбольших компьютерных диапазонах // Известия вузов. Электроника. –2001. – № 6. – с. 34–39.
8. Рекурсивные минимально избыточные интервально-модулярные системы счисления/ А.Ф. Чернявский, А.А. Евдокимов, А.А. Коляда, В.В. Ревинский// Доклады НАН Беларуси. – 2004. –Т.48, №1. – С.10–14.
9. Коляда А.А., Кравцов В.К., Чернявский А.Ф. Основы минимально избыточной интервально-модулярной арифметики с рекурсивной кодовой структурой// Информатика. – 2004. – №1. – С. 112–120.
10. Амербаев В.М., Пак И.Т. Параллельные вычисления в комплексной плоскости. – Алма-Ата: Наука, 1984. – 182 с.
11. Silverman R.D. Parallel polynomial arithmetic over finite ring // J. Parallel and Distribut. Comput. – 1990. – Vol. 10, N 3. – P. 265–270.
12. Skavantzios A., Taylor F.J. On the polynomial residue number system // IEEE Trans. Signal Process. – 1991. – Vol. 39, N 2. – P. 376–382.
13. Коляда А.А., Ревинский В.В., Селянинов М.Ю., Чернявский А.Ф. Применение минимально избыточного модулярного кодирования для быстрого умножения комплексных чисел в системах цифровой обработки сигналов // Весці Акадэміі навук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. Навук. – 1996. – № 1.
14. Теоретические основы минимально избыточных квадратичных модулярных систем счисления / А.Ф. Чернявский, А.А. Коляда, В.К. Кравцов и др. // Доклады НАН Беларуси. 1998. Т.42. №1. С. 5–12.
15. Alia G., Martinelli E. Optimal VLSI complexity design for high speed pipeline FFT using RNS // Comput. and Elec. Eng. 1998. Vol. 24, N3. P.167–182.
16. Коляда А.А., Селянинов М.Ю., Чернявский А.Ф. Минимально избыточные полиномиально-скалярные модулярные системы счисления// Актуальные проблемы социально-гуманитарных и естественных наук. Тез. научн. конф., посвящённой 70-ю Белгосуниверситета. – Т.1. – Минск, 1996. – С. 181–183.
17. Минимально избыточные полиномиально-скалярные модулярные системы счисления/ А.А. Коляда, В.В. Ревинский, А.Ф. Чернявский// Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 1998. – №3. – С.103–107.
18. Papachristou C.A. Associative table look up processing for multioperand residue arithmetic // J. Assoc. Comput. 1987. Vol. 34, N 2. P. 376 – 396.

19. Mirsalehi M.M., Shamir J., Caulfield N.J. Residue arithmetic processing utilizing optical Fredkin data arrays // *Applied optic*. 1987. Vol. 26, N 19. P. 3940 – 3946.
20. Optical processing with residue LED/LD lookup tables/ A.P. Goutzoulis, E.C. Malarkey, D.K. Davies et al. // *Applied optic*. 1988. Vol. 27, N9. P. 1674 – 1681.
21. Волоконная оптика в измерительной и вычислительной технике / А.Н. Казангапов и др. Алма-Ата: Наука, 1989, 245с.
22. Компьютеры на СБИС / Т.Мотоока, Х.Хорикоси, М. Сакаути и др. – М.: Мир, 1988. – Кн. 2.
23. Plessmann K. A parallel highly modular object-oriented computer architecture // 10 юбил. Международн. Симп. по пробл. модулярных инф.-выч. сист. и сетей. – Санкт-Петербург, Россия, 13–18 сент., 1993. – Пленар. докл. – М., 1996. – С.97–109.
24. A modular multi-PC system for real-time applications / K. Plessmann, J. Wollert and others // там же. – С. 110–119.
25. Модулярные параллельные вычислительные структуры нейропроцессорных систем / Червяков Н.И., Сахнюк П.А., Шапошников А.В., Ряднов С.А. – М.: Физматлит, 2003. – 288 с.
26. Нейрокомпьютеры в остаточных классах / Червяков Н.И., Сахнюк П.А., Шапошников А.В., Макоха А.Н. Учебное пособие для вузов – М.: Радиотехника, 2003. – 272 с.
27. Нейрокомпьютеры в системах обработки сигналов. Коллективная монография./ Н.И.Червяков, Л.Б.Копыткова, Е.Н.Непретимова, П.А. А.В.Шапошников и др. Под редакцией Гуляева Ю. Лушкина А.И. – М: Радиотехника, 2003. – 224 с.
28. Теоретические основы модулярных вычислительных структур на конечных математических моделях / А.А. Коляда, В.В. Ревинский, М.Ю. Селянинов и др. // *Современные вопросы оптики, радиационного материаловедения, информатики, радиофизики и электроники: Сборник научных трудов НИИ прикладных физических проблем им. А.Н.Севченко*. – Мн.: Белгосуниверситет, 1996. – Ч. 2. – С. 4–9.
29. Селянинов М.Ю. Теоретические основы модулярной кодификации алгебраических систем // *Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук*. 2002. № 1. С. 114–119.
30. Евстигнеев В.Г. Недвоичная машинная арифметика и специализированные процессоры. – М.: МИФИ СЕРВИС и АО «ИНСОФТ», 1992.
31. Теоретические основы мультипликативных процедур для минимально избыточных модулярных систем счисления / А.Ф. Чернявский, А.М. Аксенов, А.А. Коляда, М.Ю. Селянинов // *Доклады АН Беларуси*. 1995. Т.39. №6. С. 5 – 10.

32. Методы масштабирования минимально избыточной модулярной арифметики / А.Ф.Чернявский, А.А.Коляда, В.В.Ревинский, М.Ю.Селянинов, Е.В.Шабинская // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 1998, № 4. С. 132 – 137.
33. А.с. №1732353 СССР. Устройство для вычисления ДПФ / Л.Н. Василевич, И.И. Гунько, А.А. Коляда // Откр. Изобр. – 1992. – №17.
34. Василевич Л.Н., Коляда А.А. Структура арифметических устройств модулярных процессоров БПФ конвейерного типа // Электронное моделирование. 1989, Т. 2, № 6. С. 15-20.
35. Модулярные принципы построения процессоров для дискретного преобразования Фурье / Л.Н. Василевич, А.А. Коляда, М.Ю. Селянинов, А.Ф. Чернявский // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2001. – № 4. – С.108–117.
36. Василевич Л.Н., Коляда А.А., Ревинский В.В. Высокоскоростная модулярная реализация адаптивных цифровых фильтров с конечной импульсной характеристикой // Весці АН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 1997. №1. С. 126 – 131.
37. Селянинов М.Ю. Минимально избыточная модулярная архитектура адаптивного КИХ-фильтра // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. 2002. № 2. С. 7988.
38. A. Kolyada, E. Otlivanchik, V. Revinsky, L. Vasilevitch // 5th Work-shop on DIP'94: Image Processing and Computer Optics. Samara, Russia, Aug. 22 – 26, 1994. Proc. SPIE. Vol. 2363. Washington, D.C., 1994. P. 147 – 151.
39. Синтез компьютерной процедуры и архитектуры высокопроизводительного процесса ортогональных проекций дискретных сигналов на базе минимально избыточных модулярных систем счисления / А.А.Коляда, А.М.Аксенов, Е.А.Отливанчик и др. // ММРО-7: Математические методы распознавания образов. – Пушкино, Россия, 25–30 сентября 1995 г. – Тез. Докл. – Москва. – 1995. – С. 105–106.
40. Селянинов М.Ю. Применение численно-аналитической модулярной вычислительной технологии для выполнения аддитивных и мультипликативных операций над сигналами в пространствах ортогональных проекций // Доклады НАН Беларусі. – 2002. – Т. 46, № 2. – С. 62–66.