УДК. 621.29 А.А. Коляда, Н.А. Коляда, А.Ф. Чернявский



МУЛЬТИПРОЦЕССОРНАЯ ТЕХНОЛОГИЯ МОДУЛЯРНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

(НИИ Прикладных физических проблем им. А.Н. Севченко БГУ, г. Минск)

Изложены принципиальные основы мультипроцессорной технологии модулярной обработки информации. В частности, дана математическая формализация базовой аддитивно-мультипликативной модели процедур алгоритмического ядра, полностью реализуемых в режиме модульных вычислений с применением минимально избыточной модулярной арифметики. Предложен новый метод (метод доминирующего модуля) для преобразования минимально избыточного модулярного кода в позиционный код. Количество модульных операций для выполнения данной процедуры уменьшается, как минимум, в $\log_2 k$ раз (k – число модулей). В сравнении с известными аналогами разработанный метод обладает гораздо большей экономичностью.

Principal foundation of multiprocessor technology modular processings of the information are stated. In particular, mathematical formalization of base additive-multiplicate model of procedures of the algorithmic nucleus completely sold in a mode of modular calculations with application minimally redundant modular of arithmetics is given.

The new method (a method of the dominating module) for transformation a minimally redundant modular code in a positional code is offered. The amount of modular operations for performance of the given procedure decreases, at the minimum, in $\log_2 k$ time (k - number of modules). In comparison with known analogues the developed method possesses much more affectivity.

Как известно, модулярные вычислительные структуры (МВС) в настоящее время широко применяются для решения обширных классов трудоёмких задач в самых разных прикладных областях науки и техники [1-7]. При этом модулярная арифметика (МА), благодаря своему естественному внутреннему параллелизму, в последние годы выдвигается в разряд наиболее приоритетных базовых средств для передовых высокопроизводительных компьютерных технологий таких, в частности, как мультипроцессорная, суперкомпьютерная, нейронносетевая и другие [7-9]. Наряду с крупными успехами в сфере создания и внедрения в практику специализированных высокоскоростных отказоустойчивых БИС- и СБИС-архитектур на основе МВС значительное развитие модулярное направление получило и в части разработки новых классов модулярных систем счисления (МСС), которые отличаются от традиционных аналогов более совершенными процедурами выполнения немодульных операций. К таким МСС, прежде всего, следует отнести минимально избыточные МСС (МИМСС) [1].

Несмотря на то, что высокоскоростные системы модулярной обработки информации (СМОИ) на основе параллельно-конвейерных БИС- и СБИС-архитектур, как правило, обладают большим объёмом оборудования, применение их в соответствующих областях, безусловно, оказывается оправданным. Это относится, например, к таким сферам приложений как цифровая обработка сигналов, высокоточные вычисления, защита информации и т.п. Вместе с тем, в настоящее время интенсивно ведутся многообещающие исследования и конкретные проектные разработки, которые нацелены на реализацию (как можно более полно) фундаментальных преимуществ МА на вычислительных системах позиционного типа. Речь, в частности, идёт о внедрении, так называемых, многомашинной и особенно мультипроцессорной технологий модулярной обработки информации (ТМОИ), причём преимущественно на программном уровне. Обозначенный подход позволяет синтезировать принципиально новые варианты МА, которые характеризуются несоизмеримо большей свободой выбора значений модулей МСС и объёмов рабочих таблиц, чем в случае применения чисто аппаратного подхода. Это открывает исключительно широкие возможности для расширения пределов действия, так называемого, режима модульных вычислений (РМВ) и, что особенно важно, без использования дорогостоящих специализированных средств.

В настоящей статье излагаются принципиальные основы мультипроцессорной ТМОИ, компьютерно-арифметическую базу которой составляет минимально избыточная МА (МИМА).

Семейство вычислительных процессов, на выполнение которых (полностью в РМВ) ориентирована предлагаемая ТМОИ укладывается в аддитивно-мультипликативную (АМ) модель вида

$$X_{r,t}(l) = \sum_{n=0}^{N_{r,t,l}-1} C_{r,t,l,n}\, x_{r,t}(n)$$

$$(r = \overline{0, R-1};\ t = \overline{0, T_r-1};\ l = \overline{0, L_{r,t}-1}), \qquad (1)$$

где $\{X_{r,t}(l)\}_{l=\overline{0,L_{s,t}-1}}$ и $\{x_{r,t}(n)\}_{n=\overline{0,N_{r,t,l}-1}}$ – соответственно выходная и входная последовательности t-й элементарной (базовой) процедуры r-й стадии (r-го шага) описываемого вычислительного процесса; $C_{r,t,l,n}$ – некоторые константы; R, T_r, $L_{r,t}$ и $N_{r,t,l}$ – натуральные числа. Входные последовательности

$$\mathbf{x}_{r,t} = \{x_{r,t}(n)\}_{n=\overline{0,N_{r,t,l}-1}}$$

формируются из элементов выходных последовательностей

$$\mathbf{X}_{s,t} = \{X_{s,t}(l)\}_{l=\overline{0,L_{s,t}-1}} \quad (s \in \mathbf{Z}_r;\ t \in \mathbf{Z}_{T_s};$$

через $\mathbf{Z}_m$ обозначается кольцо наименьших неотрицательных вычетов по натуральному модулю m, т.е. $\mathbf{Z}_m = \{0, 1, m-1\}$) определяемых согласно тому или иному правилу элементарных процедур, которые относятся к шагам с нулевого по $(r-1)$-й при $r \neq 0$ и из элементов входной последовательности $\mathbf{x} = \{x(n)\}_{n=\overline{0,N-1}}$ (N – длина последовательности) рассматриваемой вычислительной процедуры в случае $r = 0$. Аналитически структуру и принцип формирования входных последовательностей элементарных процедур (1), в совокупности составляющих R-шаговый рекурсивный модульный процесс выделенного семейства, в общих чертах можно описать формулой

$$x_{r,t}(n) = \begin{cases} x(n_{t,\,l,\,n}), & \text{если } r = 0, \\ X_{s,\,t_{r,\,s}}(l_{s,\,t_{r,\,s},\,l,\,n}), & \text{если } r \neq 0, \end{cases} \qquad (2)$$

где $\{n_{t,\,l,n}\}_{n=\overline{0,N_{0,t,l}-1}}$ – подмножество элементов кольца $\mathbf{Z}_N$; $s \in \mathbf{Z}_r$; $t_{r,\,s} \in \mathbf{Z}_{T_s}$; конкретный вид отображения $s \to t_{r,\,s}$ зависит от значений параметров r, t и l;

$$\{\forall\, l_{s,\,t_{r,\,s},\,l,\,n} \in Z_{L_{s,\,t_{r,\,s}}} \mid n \in Z_{N_{s,\,t_{r,\,s},\,l}}\,;$$

$$t_{r,\,s} \in \mathbf{Z}_{T_s}\,;\ s \in \mathbf{Z}_r\} = \mathbf{Z}_{N_{r,\,t,\,l}}\,.$$

Выходная последовательность $\boldsymbol{X}=\{X(l)\}_{l=\overline{0,L-1}}$ (L – натуральное число) исходной вычислительной процедуры составляется из элементов выходных последовательностей

$$\boldsymbol{X}_{R-1,t} = \qquad =\{X_{R-1,\,t\,(l)}\}_{l=\overline{0,\,L_{R-1,\,t}-1}}$$

базовых процедур заключительного (R–1)-го шага реализуемого процесса; при этом, естественно, имеет место равенство

$$\sum_{t=0}^{T_{R-1}-1} L_{R-1,\,t} = L\,.$$

Элементы подлежащей преобразованию последовательности $\boldsymbol{x}$ = $\{x(n)\}_{n=\overline{0,N-1}}$, а также фигурирующие в (1) константы $C_{r,\,t,\,l,\,n}$ в общем случае будем считать целыми комплексными числами (ЦКЧ): $x(n) = x'(n) + jx''(n)$; $C_{r,\,t,\,l,\,n} = C'_{r,\,t,\,l,\,n} + j\,C''_{r,\,t,\,l,\,n}$ (j = $=\sqrt{-1}$ – мнимая единица). Предполагается, что действительные $x'(n)$ и мнимые $x''(n)$ части элементов $x(n)$ принадлежат диапазону

$\mathbf{D} = \mathbf{Z}^{-}_{2P} = \{-P, -P+1, \ldots, P-1\}$ исходных данных используемой МИМСС (P – натуральное число; через $\mathbf{Z}^{-}_{m}$ обозначается кольцо абсолютно наименьших вычетов по модулю m: $\mathbf{Z}^{-}_{m} = \{-\lfloor m/2 \rfloor, -\lfloor m/2 \rfloor + 1, \ldots, \lceil m/2 \rceil - 1\}$; символические записи $\lfloor x \rfloor$ и $\lceil x \rceil$ употребляются для обозначения ближайших к вещественной величине x соответственно слева и справа целых чисел (ЦЧ)), а действительные $C'_{r,t,l,n}$ и мнимые $C''_{r,t,l,n}$ части коэффициентов $C_{r,t,l,n}$ являются элементами множества $\{-Q, -Q+1, \ldots, Q\}$ (Q – натуральное число). Обычно $C'_{r,t,l,n}$ и $C''_{r,t,l,n}$ представляют собой числители дробей $C'_{r,t,l,n}/Q$ и $C''_{r,t,l,n}/Q$, которые аппроксимируют соответствующие вещественные аналоги $c'_{r,t,l,n}$ и $c''_{r,t,l,n}$ согласно формулам $C'_{r,t,l,n} = \rfloor Q\,c'_{r,t,l,n} \lfloor$ и $C''_{r,t,l,n} = \rceil Q\,c''_{r,t,l,n} \lceil$. Через $\rfloor x \lfloor$ обозначается ближайшее к x ЦЧ:

$$\rfloor x \lfloor = \begin{cases} \lfloor x \rfloor, & \text{если } x < \lfloor x \rfloor + 0{,}5, \\ \lceil x \rceil, & \text{если } x \geq \lfloor x \rfloor + 0{,}5. \end{cases}$$

Поскольку при комплексных последовательности $\mathbf{x}$ и коэффициентах $C_{r,t,l,n}$ входные и выходные последовательности элементарных процедур также комплексные: $\mathbf{x}_{r,t} = \left\{ x_{r,t}(n) = x'_{r,t}(n) + x''_{r,t}(n) \right\}_{n=\overline{0, N_{r,t,l}-1}}$; $\mathbf{X}_{r,t} = \left\{ X_{r,t}(l) = X'_{r,t}(l) + j\,X''_{r,t}(l) \right\}_{l=\overline{0, L_{r,t}-1}}$, то (1) целесообразно переписать в виде

$$\begin{cases} X'_{r,t}(l) = \sum\limits_{n=0}^{N_{r,t,l}-1} \left(C'_{r,t,l,n}\, x'_{r,t}(n) - C''_{r,t,l,n}\, x''_{r,t}(n) \right) \\ X''_{r,t}(l) = \sum\limits_{n=0}^{N_{r,t,l}-1} \left(C''_{r,t,l,n}\, x'_{r,t}(n) + C'_{r,t,l,n}\, x''_{r,t}(n) \right) \end{cases}, \tag{3}$$

$$(r = \overline{0,\ R-1};\ t = \overline{0,\ T_r - 1};\ l = \overline{0,\ L_{r,t} - 1}).$$

Компьютерная реализация описанного семейства вычислительных процессов с применением мультипроцессорной ТМОИ предполагает декомпозицию АМ формы (3) на k независимых модульных субпроцессов:

$$\begin{cases} X'_{r,t,l\,|\,i} = \left| \sum\limits_{n=0}^{N_{r,t,l}-1} \left(\chi'_{r,t,l,n,0\,|\,i} - \chi''_{r,t,l,n,1\,|\,i} \right) \right|_{m_i}, \\ X''_{r,t,l\,|\,i} = \left| \sum\limits_{n=0}^{N_{r,t,l}-1} \left(\chi'_{r,t,l,n,1\,|\,i} + \chi''_{r,t,l,n,0\,|\,i} \right) \right|_{m_i} \end{cases} \qquad (4)$$

$$(r = \overline{0,\ R-1};\ t = \overline{0,\ T_r-1};\ l = \overline{0,\ L_{r,t}-1};\ i = \overline{1,k}),$$

где $X'_{r,t,l|i} = \left| X'_{r,t}(l) \right|_{m_i}$; $X''_{r,t,l|i} = \left| X''_{r,t}(l) \right|_{m_i}$;

$\chi'_{r,t,l,n,0\,|\,i} = \left| C'_{r,t,l,n}\ \chi'_{r,t,n\,|\,i} \right|_{m_i}$; $\chi''_{r,t,l,n,1\,|\,i} = \left| C''_{r,t,l,n}\ \chi''_{r,t,n\,|\,i} \right|_{m_i}$; $\chi'_{r,t,l,n,1\,|\,i} = \left| C''_{r,t,l,n}\ \chi'_{r,t,n\,|\,i} \right|_{m_i}$;

$\chi''_{r,t,l,n,0\,|\,i} = \left| C'_{r,t,l,n}\ \chi''_{r,t,n\,|\,i} \right|_{m_i}$; $\chi'_{r,t,n\,|\,i} = \left| x'_{r,t}(n) \right|_{m_i}$;

$\chi''_{r,t,n\,|\,i} = \left| x''_{r,t}(n) \right|_{m_i}$;

через $|\,a\,|_m$ обозначается элемент кольца $\mathbf{Z}_m$, сравнимый с числом a (в общем случае рациональным) по модулю m; $m_1, m_2, \ldots, m_k$ – основания базовой МИМСС; k – число оснований.

Субпроцесс (4) по модулю m_i выполняется независимо от других субпроцессов на отдельном процессоре СМОИ, причём в РМВ, т.е. с использованием только модульных операций. Именно в этом и заключается фундаментальное преимущество мультипроцессорной ТМОИ.

Из вышеприведенного описания АМ модели вычислительных процедур алгоритмического ядра мультипроцессорной ТМОИ следует, что корректность применения РМВ обеспечивают МИМСС, удовлетворяющие теореме.

Теорема 1. Пусть $N_{R-r} = \max\limits_{t,\,l}\{N_{r,t,l}\}$ $(r = \overline{0, R-1})$. Тогда динамический диапазон $\mathbf{D} = \mathbf{Z}_{2M}^{-} = \{-M, -M+1, \dots, M-1\}$ ($M = m_0 M_{k-1} = \prod_{i=1}^{k-1} m_i$) МИМСС с основными модулями $m_1, m_2, \dots, m_k$ и вспомогательным модулем m_0, выбираемым из условий $m_0 \geq \rho$ и $m_k \geq 2m_0 + \rho$, где $\rho = \max\{\rho_{k-1}(X) | X \in \mathbf{Z}_{M_{k-1}}\}$; $\rho_{k-1}(X)$ – ранговая характеристика (k–1)-го порядка, определяемая равенством

$$\left| X \right|_{M_{k-1}} = \sum_{i=1}^{k-1} M_{i,k-1} \left| M_{i,\,k-1}^{-1}\, \chi_i \right|_{m_i} - M_{k-1} \rho_{k-1}(X); \qquad (5)$$

$M_{i,\,k-1} = M_{k-1}/m_i$; $\chi_i = \left| X \right|_{m_i}$; включает любые возможные значения величин $X'_{R-1,\,t}(l)$ и $X''_{R-1,\,t}(l)$ ($l = \overline{0, L_{R-1,\,t} - 1}$; $t = \overline{0, T_{R-1} - 1}$), что обеспечивает корректность РМВ (см. (3)), если

$$M > P(2Q)^R \prod_{r=1}^{R} N_r\,, \qquad (6)$$

где P и Q – полумощности соответственно диапазона $\tilde{\mathbf{D}} = \mathbf{Z}_{2P}^{-}$ исходных данных и диапазона $\{-Q, -Q+1, \dots, Q\}$ используемых констант.

Необходимо отметить, что для многих конкретных вычислительных процедур нижнее пороговое значение полумощности M динамического диапазона **D** МИМСС, определяемое неравенством (6) оказывается существенно завышенным, и оно может быть заменено на более точную оценку.

Согласно представляемой ТМОИ модель (5) вычислительных процессов требует последовательного выполнения лишь трёх принципиально различных с точки зрения МА этапов:

- преобразования элементов входной последовательности $\boldsymbol{x}$ из позиционного кода (ПК) в минимально избыточный модулярный код (МИМК);

- реализации помодульных компонентов вычислительного процесса;
- перевода элементов выходной последовательности $\boldsymbol{X}$ из МИМСС в позиционную систему счисления.

Так как в рамках развиваемого мультипроцессорного принципа построения СМОИ существуют исключительно широкие возможности для использования таблиц большой и сверхбольшой ёмкости, то в этих условиях входное кодовое преобразование для $X \in \mathbf{D}$ легко осуществляется за время одного обращения к памяти согласно правилу

$$(\chi_1, \chi_2, \ldots, \chi_k) = (TBMOD1[X], TBMOD2[X], \ldots, TBMODk[X]), \qquad (7)$$

где $\chi_i = \left| X \right|_{m_i}$; $TBMODi$ – идентификатор таблицы преобразования $X \to \chi_i$, которая состоит из $2P$ слов разрядностью $b_i = \lceil \log_2 m_i \rceil$ бит; $i = \overline{1, k}$.

Отметим, что если некоторый из модулей МИМСС, например m_k, является двоичной экспонентой: $m_k = 2^{b_k}$, то необходимость в таблице $TBMODk$ отпадает.

Вообще говоря, основания базовой МИМСС для мультипроцессорной ТМОИ целесообразно выбирать как можно большими с тем, что бы их число k было минимальным. Реализация такой стратегии в рамках мультипроцессорного принципа модулярной обработки информации (МОИ) на программном уровне открывает качественно новые возможности.

Из неравенства $m_k \geq 2m_0 + \rho \geq 2m_0 + k - 2$, которое имеет место для МИМСС [1], а также из (6) следует, что модули m_1, m_2, …, m_k должны удовлетворять условию

$$M_{k-1}(m_k - k + 2) \geq 2M > 2P(2Q)^R \prod_{r=1}^{R} N_r . \qquad (8)$$

Исходя из фундаментальных критериев эффективности базовой МИМА, на основании (5) – (8) осуществлен компьютерный анализ наиболее приемлемых вариантов конфигурационных параметров мультипроцессорной ТМОИ. Проведенный анализ позволяет, в частности, заключить:

- один из модулей МИМСС целесообразно выбрать равным степени числа 2, например $m_k = 2^{32}$;
- операции сложения, вычитания и умножения по модулю $m_k = 2^{b_k}$ следует осуществлять с помощью системных аппаратных средств;
- для реализации модульных сумм типа (5) выгодно применять так называемый таблично-аккумулятивный метод, предполагающий суммирование вычетов на процессоре с получением результирующего остатка при помощи таблицы;
- умножение цифр МИМК на константы по модулям целесообразно выполнять посредством двумерных таблиц с использованием на их входах вместо значений констант их порядковых номеров.

Из теоремы 1 видно, что с увеличением объёмов N_r базовых процедур и порядка R рекурсивности АМ модели рассматриваемого семейства вычислительных процессов динамический диапазон **D** применяемой МИМСС неуклонно расширяется. Поэтому выходное кодовое преобразование, т.е. получение по МИМК $(\chi_1, \chi_2, \ldots, \chi_k)$ произвольного $X \in \mathbf{D}$ его ПК, чаще всего, приходится осуществлять с масштабированием. Таким образом, задача заключается в формировании ПК некоторой целочисленной оценки $\tilde{X}$ дроби $x = X/S$, где S – выбранный масштаб.

При использовании сверхбольшого модуля интервального индекса (ИИ) вида $m_k = 2^{b_k}$ для выполнения указанной операции выходного кодового преобразования удаётся разработать исключительно простой и эффективный метод, который назван *методом доминирующего модуля*. Его основу составляет нижеследующая теорема.

Теорема 2. Пусть масштабирующий множитель S для элементов выходных последовательностей АМ модели (4) процедур алгоритмического ядра мультипроцессорной ТМОИ имеет вид

$$S = sM_{k-1}\ (s \geq 2k - 2). \qquad (9)$$

Тогда в МИМСС с основаниями $m_1, m_2, \ldots, m_k$ и динамическим диапазоном **D**, удовлетворяющим теореме 1, дробь $x = X/S$ ($X \in \mathbf{D}$) может быть аппроксимирована целочисленной величиной

$$\tilde{X} = \rfloor I(X)/s \lfloor, \tag{10}$$

где I(X) – ИИ числа X, определяемый равенством

$$X = \sum_{i=1}^{k-1} M_{i,\,k-1} \left| M_{i,\,k-1}^{-1}\, \chi_i \right|_{m_i} + M_{i,\,k-1} I(X)\,. \tag{11}$$

При этом аппроксимация (10) имеет абсолютную погрешность $\left| x - \tilde{X} \right| < 1$.

Доказательство. Вычитая и добавляя в правой части интервально-модулярной формы (11) величину $M_{k-1}\,\rho_{k-1}(X)$ и применяя затем (5), получим

$$X = \sum_{i=1}^{k-1} M_{i,\,k-1} \left| M_{i,\,k-1}^{-1}\, \chi_i \right|_{m_i} - M_{k-1}\rho_{k-1}(X) +$$

$$+ M_{k-1}\rho_{k-1}(X) + M_{k-1} I(X) =$$

$$= \left| X \right|_{M_{k-1}} + M_{k-1}\rho_{k-1}(X) + M_{k-1} I(X)\,. \tag{12}$$

Применяя симметрическую версию леммы Евклида [1], представим $I(X)$ в виде $I(X) = \left| I(X) \right|_s^- + \rfloor I(X)/s \lfloor s$ (через $\left| a \right|_m^-$ обозначается элемент множества $\mathbf{Z}_m^-$, сравнимый с a по модулю m). С учётом приведенного равенства, а также (9) из (12) после деления на S имеем

$$X/S = \left(\left| X \right|_{M_{k-1}} + M_{k-1}\, r_{k-1}(X) \right) /$$

$$/ \left(s M_{k-1} \right) + \left| I(X) \right|_s^- / s + I(X)/s\,. \tag{13}$$

Так как

$$0 \le \left| X \right|_{M_{k-1}} < M_{k-1}\ ;\ \rho_{k-1}(X) \le \rho \le k-2 \quad [1];$$

$$s \ge 2(k-1)\ (\text{см. } (9));\ -0{,}5\, s \le \left| I(X) \right|_{s}^{-} < 0{,}5\, s,$$

то

$$0 \le \left(\left| X \right|_{M_{k-1}} + M_{k-1}\, \rho_{k-1}(X) \right) /$$

$$/ (s\, M_{k-1}) < (k-1)\, M_{k-1} / 2\,(k-1)\, M_{k-1}) = 0{,}5$$

и

$$-0{,}5 \le \left| I(X) \right|_{s}^{-} / s < 0{,}5.$$

Поэтому из (13) следует, что для целочисленного приближения (10) к дроби X/S выполняется условие $(X/S - \rfloor\, I(X)/s\, \lfloor) \in [-0{,}5;\ 1)$.

Таким образом, теорема 2 доказана.

Как показывает (10), преобразование МИМК в ПК по методу доминирующего модуля практически сводится к вычислению в МИМСС ИИ $I(X)$ исходного числа $X = (\chi_1, \chi_2, \ldots, \chi_k)$.

Как известно [1], интервально-индексная характеристика $I(X)$ восстанавливается по компьютерному ИИ $\hat{I}_k(X) = \left| I(X) \right|_{m_k}$ с помощью формулы

$$I(X) = \begin{cases} \hat{I}_k(X), & \text{если } \hat{I}_k(X) < m_0, \\ \hat{I}_k(X) - m_k, & \text{если } \hat{I}_k(X) \ge m_k - m_0 - \rho. \end{cases} \qquad (14)$$

Необходимое расчётное соотношение для $\hat{I}_k(X)$ вытекает из интервально-модулярной формы (11):

$$\hat{I}_k(X) = \left| \sum_{i=1}^{k-1} \mathrm{TII}i[\chi_i] + R_{k,k}(\chi_k) \right|_{m_k}, \qquad (15)$$

где $\mathrm{TII}i$ – идентификатор таблицы ИИ по модулю m_i, формируемой по правилу $\mathrm{TII}\,i[\chi_i] = R_{i,k}(\chi_i) = \left| -m_i^{-1} \left| M_{i,k-1}^{-1} \chi_i \right|_{m_i} \right|_{m_k}$;

$$R_{k,k}(\chi_i) = \left| M_{k-1}^{-1} \chi_k \right|_{m_k}.$$

Согласно условию $m_k \geq 2m_0 + k - 2$ для фигурирующего в (15) вспомогательного модуля m_0 верна оценка $m_0 \leq \rfloor (m_k - k+2)/2 \lfloor = 2^{b_k - 1} + 1 + \rfloor -k/2 \lfloor$. Заметим, что компьютерная реализация (14), а, значит, и (10) упрощается, если выполняется неравенство

$$m_k - m_0 - \rho \geq m_k - m_0 - k + 2 \geq m_k / 2. \tag{16}$$

В этом случае ввиду $m_k = 2^{b_k}$ вычет $\hat{I}_k(X)$ вычисляемый по формуле (15), представляет собой не что иное как b_k – битовый дополнительный код ИИ $I(X)$ и, следовательно, он непосредственно может использоваться в (10) (вместо прямого кода числа $I(X)$). В соответствии с (16) корректность обозначенного режима вычислений обеспечивается при

$$m_0 \leq 0{,}5\, m_k - k + 2 = 2^{b_k - 1} - k + 2.$$

Дальнейшее упрощение операции (10) достигается при использовании множителя $s \geq 2(k-1)$ (см. (9)), который является двоичной экспонентой. Это позволяет заменить операцию деления на ($\log_2 s$) – битовый сдвиг вправо двоичного кода компьютерного ИИ $\hat{I}_k(X)$.

Таким образом, *метод доминирующего модуля* позволяет осуществить преобразование с масштабированием МИМК в ПК за время $(k-1)\ t_{сум} + t_{ум} + t_{сд}$, где $t_{сум}$, $t_{ум}$ и $t_{сд}$ – времена выполнения соответственно операций сложения, умножения и сдвига. При этом необходимые затраты практически сводятся лишь к одномерным таблицам ИИ: $\mathrm{TII}i$ ($i = \overline{1, k-1}$).

Представленные в настоящей статье результаты исследований по проблематике создания новой, так называемой, мультипроцессорной ТМОИ заключаются в нижеследующем.

1. Проведенная математическая формализация принципа мультипроцессорной МОИ с применением МИМА на программном уровне показывает, что семейство вычислительных процессов, обладающих модульным или квазимодульным операционным спектром, в том числе и рекурсивного типа, адекватно укладывается в АМ модель.
2. Благодаря использованию больших и сверхбольших модулей, а также таблиц большой ёмкости, в рамках мультипроцессорной ТМОИ АМ модель полностью согласуется с РМВ, и в этих условиях фундаментальные преимущества МИМА реализуются в максимальной мере.
3. Предложенный новый метод – *метод доминирующего модуля* для преобразования с масштабированием МИМК в ПК впервые обеспечивает выполнение данной процедуры за число модульных операций порядка $O(k)$. Для наиболее быстродействующих из известных методов [10] соответствующее количество таких операций составляет величину порядка $O(k \log_2 k)$. При этом по сложности реализации разработанный метод обладает гораздо большей экономичностью.

Литература

1. Коляда А.А., Пак И.Т. Модулярные структуры конвейерной обработки цифровой информации. Мн.: Университетское, 1992. 256 с.

2. Чернявский А.Ф., Данилевич В.В., Коляда А.А., Селянинов М.Ю. Высокоскоростные методы и системы цифровой обработки информации. Мн.: Белгосуниверситет, 1996. 376 с.

3. Василевич Л.Н., Коляда А.А., Ревинский В.В. Высокоскоростная модулярная реализация адаптивных цифровых фильтров с конечной импульсной характеристикой // Весцi АН Беларусi. Сер. фiз.-мат. навук. 1997. № 1. С. 126–131.

4. Модулярные принципы построения процессоров для дискретного преобразования Фурье / Л.Н. Василевич, А.А. Коляда, М.Ю. Селянинов, А.Ф. Чернявский // Весцi НАН Беларусi. Сер. фiз.-тэхн. навук. 2001. № 4. С. 108–117.

5. Коляда А.А., Селянинов М.Ю. Чернявский А.Ф. Применение модулярной вычислительной технологии в системах защиты ин-

формации // Управление защитой информации. 2000. Т.4, №1. С. 27–30.

6. RNS-FPT nerget architectures for orthogonal DWT / J. Ramirez, A. Garsia, P. Fernandez and other // Electron. Lett. 2000. 36, N4. P. 1198–1199.
7. A scalable parallel algorithm for training a hierarchical mixture of neural experts / P.F. Estevez, M.E. Paugam, D. Puzenat, M Ugarte // Parallel Comput. 2002. 28, N6. P. 861-891.
8. Plessmann K. A parallel highly modular object-oriented computer architecture // 10 юбил. Международн. Симп. по пробл. модулярных инф.-выч. сист. и сетей.- Санкт-Петербург, Россия, 13-18 сент., 1993. Пленар. докл. М., 1996. С. 97–109.
9. A modular multi-PC system for real-time applications / K. Plessmann, J. Wollert and others // там же. С. 110–119.
10. Инютин С.А. Модулярные вычисления в сверхбольших компьютерных диапазонах // Изв. вузов. Электрон. 2001. №6. С. 65–73.