



НЕЙРОСЕТЕВАЯ СТРУКТУРА ДЛЯ ИСПРАВЛЕНИЯ ДВУКРАТНЫХ ОШИБОК В МОДУЛЯРНЫХ НЕЙРОКОМПЬЮТЕРАХ

(Ставропольский государственный университет)

Рассмотрен характер возникновения ошибок в системе остаточных классов. Определена минимальная величина избыточного модуля для коррекции двукратной ошибки. Предложен метод локализации и исправления двукратных ошибок и его нейросетевая реализация.

Examined the character of arising mistakes in the residue number system. Determined the minimal size of the superfluous module for correction of a double mistake. Offered the method of localizing and correcting double mistakes and its neural network realization.

Многочисленные исследования, проведенные за последнее десятилетие, убедительно обосновали возможность построения таких параллельных вычислительных систем, в которых за счет специального кодирования может быть создан иммунитет против самых разнообразных искажений несущих информацию сигналов. Совершенно четко сформировалась точка зрения, что борьба за высокую надежность информации, т. е. за достоверность восстановления информации должна вестись не столько совершенствованием технических средств, где любое возможное повышение надежности

достигается дорогой ценой и порой требует разработки сложных защитных мероприятий, сколько применением таких способов кодирования информации, которые были бы устойчивы по отношению к возможным случайным искажениям информации, понимая под этим способность путем соответствующей обработки информации исключить внесенные в нее ошибки.

Одним из альтернативных направлений создания параллельных вычислительных систем является арифметика в остаточных классах, которая позволяет рассматривать вопросы разработки высокопроизводительных отказоустойчивых модулярных нейрокомпьютеров за счет организации внутренней структуры вычислений в остатках.

Система остаточных классов (СОК) [1] обладает специфическими корректирующими свойствами, проявляющимися при введении в нее контрольных (избыточных) модулей (оснований), величина и количество которых определяют возможности СОК по обнаружению и исправлению ошибок при передаче и обработке информации в модулярных нейрокомпьютерах. При введении избыточных оснований необходимо стремиться к уменьшению их величин, так как это в конечном счете приведет к снижению аппаратных затрат, а в целом к повышению надежности нейрокомпьютера.

При функционировании модулярных нейрокомпьютеров возможны сбои или отказы отдельных функциональных узлов, которые приводят к искажению результатов обработки данных или, проще говоря, появлению ошибок. Характер проявления ошибок, а также вопросы локализации и исправления однократных ошибок рассмотрены в [2]. В данной статье проведем анализ распределения и исправления двукратных ошибок, а также рассмотрим нейросетевую структуру для обнаружения и исправления такого вида ошибок.

Упорядоченная система оснований. Система оснований $p_1, p_2, \dots, p_n, p_{n+1}$ является упорядоченной, если выполняется условие

$$p_1 < p_2 < \dots < p_n < p_{n+1}, \quad (1)$$

где n -число рабочих модулей; $n+1$ -величина контрольного модуля.

Для исследования корректирующих свойств кода упорядоченной системы остаточных классов и минимизации величины контрольного основания используем метод анализа распределения ошибок

по интервалам диапазона СОК, рассмотренный в [2].

Пусть заданы основания $p_1, p_2, \dots, p_n, p_{n+1}$ и число $A=(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, \alpha_{n+1})$ в СОК. Тогда перевод числа в позиционную систему счисления можно осуществить через ортогональные базисы:

$$A = \left[\sum_{i=1}^{n+1} a_i B_i \right] (\text{mod } P), \quad (2)$$

где $P=p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_n \cdot p_{n+1}$ – полный диапазон СОК; B_i – ортогональный базис, $B_i = m_i P/p_i$; m_i - целое положительное число, называемое весом базиса.

Появление ошибочных цифр \tilde{a}_i на любых основаниях выводит число \tilde{A} из рабочего диапазона

$$P_p = P / p_{n+1}$$

и переносит его в избыточный диапазон.

Проведем анализ распределения ошибок по двум основаниям. Искажение числа A по двум основаниям p_i и p_j при переводе в позиционную систему счисления приводит к следующему результату

$$\tilde{A} = [A + \Delta\alpha_i B_i + \Delta\alpha_j B_j] (\text{mod } P), \quad (3)$$

где $\Delta\alpha_i$ - глубина ошибки по модулю p_i ; $\Delta\alpha_j$ - глубина ошибки по модулю p_j .

Определенные величины ошибок $\Delta\alpha_i$ и $\Delta\alpha_j$ переносят число \tilde{A} в соответствующий интервал полного диапазона (ошибочный интервал) [1], по абсолютному значению равный рабочему диапазону $K_{i,j}^{r,k} = [P_p - 1]$, где i, j - номера оснований, $i=[1, n]$, $j=[1, n]$, $i \neq j$; r - глубина ошибки по модулю p_i , k - глубина ошибки по модулю p_j , $r=[1, p_i - 1]$, $k=[1, p_j - 1]$. Границы ошибочных интервалов можно определить из (3), если в качестве A использовать числа из рабочего диапазона $P_p=[0, P_p - 1]$, при этом значения $\Delta\alpha_i$ изменять

от 1 до p_{i-1} , а $\Delta\alpha_j$ – от 1 до p_{j-1} ($i \neq j$).

Пример. Пусть $p_1=2$, $p_2=3$, $p_3=5$ – рабочие основания, $p_4=17$ – контрольное основание, тогда $P_p=30$, $P=510$.

Ортогональные базисы B_i определяются как $B_1=255$, $B_2=340$, $B_3=306$, $B_4=120$. Ошибочные интервалы находятся по формуле (3):

при основаниях $p_1=2$ и $p_2=3$ $K_{1,2}^{1,1}=[85-114]$, $K_{1,2}^{1,2}=[425-454]$;

при основаниях $p_1=2$ и $p_3=5$ $K_{1,3}^{1,1}=[51-80]$, $K_{1,3}^{1,2}=[357-386]$,
 $K_{1,3}^{1,3}=[153-182]$, $K_{1,3}^{1,4}=[459-488]$;

при основаниях $p_2=3$ и $p_3=5$ $K_{2,3}^{1,1}=[136-165]$, $K_{2,3}^{1,2}=[442-471]$,
 $K_{2,3}^{1,3}=[238-267]$, $K_{2,3}^{1,4}=[34-63]$; $K_{2,3}^{2,1}=[476-505]$,

$K_{2,3}^{2,2}=[272-301]$, $K_{2,3}^{2,3}=[68-97]$, $K_{2,3}^{2,4}=[374-403]$.

Из примера видно, что величина избыточного модуля $p_{n+1}=17$ не позволяет однозначно локализовать ошибки ввиду наличия пересечений $K_{2,3}^{1,4}$ и $K_{1,3}^{1,1}$, $K_{1,3}^{1,1}$ и $K_{2,3}^{2,3}$, $K_{2,3}^{2,3}$ и $K_{1,2}^{1,1}$, $K_{2,3}^{1,1}$ и $K_{1,3}^{1,3}$, $K_{1,3}^{1,2}$ и $K_{2,3}^{2,4}$, $K_{1,2}^{1,2}$ и $K_{2,3}^{1,2}$, $K_{2,3}^{1,2}$ и $K_{1,3}^{1,4}$, $K_{1,3}^{1,4}$ и $K_{2,3}^{2,1}$.

Анализ распределения ошибок по интервалам полного диапазона СОК одним избыточным основанием для различных систем оснований, проведенный на ЭВМ по программе, разработанной в соответствии с изложенным методом, позволяет сделать следующие утверждения:

1) минимальная величина контрольного основания для гарантированного определения двукратной ошибки по рабочим модулям должна быть больше произведения двух наибольших рабочих оснований, оставаясь при этом взаимно-простым числом

$$p_{n+1} > p_n p_{n-1}. \quad (4)$$

2) распределение ошибок внутри избыточного диапазона упорядоченной системы остаточных классов имеет неравномерный симметричный относительно середины избыточного диапазона харак-

тер и является функцией от базисов СОК;

3) для осуществления возможности локализации и исправления двойных ошибок по рабочим основаниям необходимым и достаточным условием является непересечение ошибочных интервалов:

$$A \in [K_{i,j}^{r,k}] \neq C \in [K_{r,k}^{c,s}], \quad (5)$$

где $c=1, 2, \dots, p_r-1$; $s=1, 2, \dots, p_k-1$; $r=1, 2, \dots, n$; $k=1, 2, \dots, n, R^1k$;

4) с увеличением значения контрольного основания “последнее” пересечение ошибочных интервалов наблюдается при ошибках по основаниям p_{n-2}, p_{n-3} и p_{n-1}, p_n .

Опираясь на перечисленные утверждения, можно определить минимальную величину избыточного основания для однозначной локализации и исправления двукратной ошибки по любым двум модулям.

Так как, число из рабочего диапазона СОК, в котором произошла ошибка по двум основаниям, можно представить формулой (3), то на основании утверждения 3 и 4 и выражения (5) запишем

$$[|P_p| + \Delta\alpha_{n-2}B_{n-2} + \Delta\alpha_{n-3}B_{n-3}] \pmod{P} \neq [|P_p| + \Delta\alpha_{n-1}B_{n-1} + \Delta\alpha_n B_n] \pmod{P}, \quad (6)$$

где $|P_p|$ -числа из рабочего диапазона СОК.

На основании утверждения о симметричности распределения ошибочных интервалов вместо всех чисел рабочего диапазона $|P_p|$ ограничимся его первыми и последними числами $[0, P_p - 1]$ и проведем замену знака \neq на $>$. Тогда выражение (6) преобразуется к виду

$$[0 + \Delta\alpha_{n-2}B_{n-2} + \Delta\alpha_{n-3}B_{n-3}] \pmod{P} > [P_p - 1 + \Delta\alpha_{n-1}B_{n-1} + \Delta\alpha_n B_n] \pmod{P}. \quad (7)$$

Представив $P_p = \frac{P}{P_{n+1}}$ и $B_i = \frac{m_i P}{P_i}$ получим:

$$\frac{P_p}{P_{n+1}} < \left[\frac{D\delta_{n-2} B_{n-2} P}{P_{n-2}} - \frac{D\delta_{n-3} B_{n-3} P}{P_{n-3}} - \frac{D\delta_{n-1} B_{n-1} P}{P_{n-1}} + \frac{D\delta_n B_n P}{P_n} + 1 \right] \pmod{P}. \quad (8)$$

Сократив на величину полного диапазона P, запишем:

$$\frac{1}{P_{n+1}} < \left[\frac{\Delta \delta_{n-2} B_{n-2} P_n P_{n-1} P_{n-3} + \Delta \delta_{n-3} B_{n-3} P_n P_{n-1} P_{n-2}}{P_n P_{n-1} P_{n-2} P_{n-3}} \right. \\ \left. - \frac{\Delta \delta_n B_n P_{n-1} P_{n-1} P_{n-3} + \Delta \delta_{n-1} B_{n-1} P_n P_{n-2} P_{n-3}}{P_n P_{n-1} P_{n-2} P_{n-3}} + 1 \right] \pmod{P} \quad (9)$$

Учитывая, что $P = P_p p_{n+1}$ и

$|\Delta \alpha_{n-2} B_{n-2} p_n p_{n-1} p_{n-3} + \Delta \alpha_{n-3} B_{n-3} p_n p_{n-1} p_{n-2} - \Delta \alpha_n B_n p_{n-1} p_{n-2} p_{n-3} - \Delta \alpha_{n-1} B_{n-1} p_n p_{n-2} p_{n-3}| \neq 0$ представляет целое положительное число, получим окончательное выражение:

$$P_{n+1} > \frac{P_n P_{n-1} P_{n-2} P_{n-3} (P_p - 1)}{P_p} \quad (10)$$

Так как $(P_p - 1) / P_p \gg 1$, то:

$$p_{n+1} \gg p_n p_{n-1} p_{n-2} p_{n+3} \quad (11)$$

Из (11) видно, что величина избыточного модуля p_{n+1} для гарантированного определения неисправных оснований должна быть больше произведения наибольших модулей p_{n-3} , p_{n-2} , p_{n-1} и p_n . Проверка выполнения данного условия с помощью программы подтверждает это.

На рис.1 представлена геометрическая интерпретация распределения ошибочных интервалов по диапазону СОК для рабочих модулей $p_1=2$, $p_2=3$, $p_3=5$ и контрольного модуля $p_4=17$, не удовлетворяющих условию (11).

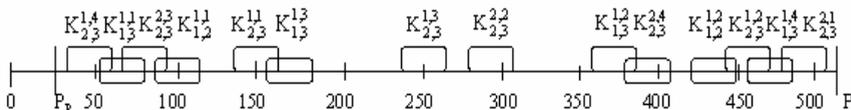


Рис. 1. График распределения ошибок для $p_1=2$, $p_2=3$, $p_3=5$, $p_4=17$

Наличие пересечений ошибочных интервалов свидетельствует о неоднозначности определения искаженных оснований. При увеличении контрольного основания p_4 до значения $31 > p_3 p_2 p_1$ пересечения ошибочных интервалов не наблюдается (рис.2).

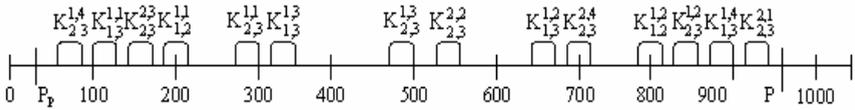


Рис.2. График распределения ошибок для $p_1=2, p_2=3, p_3=5, p_4=31$

Полученное выражение (11) для величины избыточного модуля сохраняет корректирующие способности кода СОК и определяет минимальную его величину. Однако при увеличении значений рабочих оснований согласно выражению (12) значение контрольного основания резко возрастает. При этом увеличиваются и аппаратные затраты, то есть замедляется скорость работы модулярного нейроконтролера. Представив контрольное основание составными взаимно простыми числами, можно несколько уменьшить аппаратные затраты. Кроме того, за счет допуска небольшого числа ошибок, можно уменьшить величину самого контрольного модуля и также уменьшить аппаратные затраты.

Результаты моделирования по определению процента необнаруженных ошибок представлены в табл.1.

Таблица №1

Число необнаруживаемых ошибок					
p_{n+1}	$p_i=2,3,5$	p_{n+1}	$p_i=2,3,5,7$	p_{n+1}	$p_i=3,5,7,11$
11	37,29%	47	44,17%	101	51,14%
13	29,14%	79	10,50%	211	13,73%
17	20,02%	101	2,51%	523	7,91%
23	6,20%	179	0,34%	799	1,12%
29	1,12%	199	0,14%	1011	0,12%
31	0%	211	0%	1159	0%

Как видно, число необнаруженных ошибок резко уменьшается с возрастанием контрольного модуля. Так, при величине контрольного модуля $p_{n+1}=799$ при рабочем диапазоне $P_p=1155$ число необнаруженных ошибок около 1%, а при величине контрольного модуля $p_{n+1}=1159$ - 0%. Таким образом, допуская одну необнаруженную двукратную ошибку из 100 мы уменьшим величину контрольного модуля на 360 и значительно увеличиваем скорость работы корректирующего устройства. Зависимость необнаруживаемых ошибок (в процентах) от величины контрольного модуля представлена на рис.3.

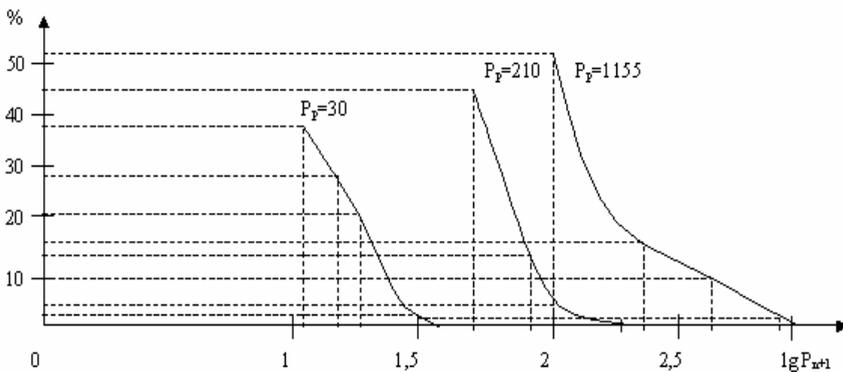


Рис. 3. График зависимости необнаруживаемых ошибок (в процентах) от величины контрольного модуля

Реализация. Предложенный метод локализации и исправления ошибок достаточно легко реализуется на нейронных сетях конечного кольца (НСКК).

Структура нейронной сети (НС) (рис. 4) будет включать несколько компонентов: преобразователь СОК в ПСС на основе НСКК; НС классификации номера ошибочного интервала; НС исправления ошибки. Рассмотрим подробнее выделенные компоненты.

Преобразователь кода системы остаточных классов в позиционную систему счисления использует выражение (3) и достаточно подробно рассмотрен в [3]. Поэтому здесь приведем только его структуру без описания принципов построения рис. 5.



Рис.4. Структура нейронной сети для определения и исправления ошибок в модулярных нейрокомпьютерах

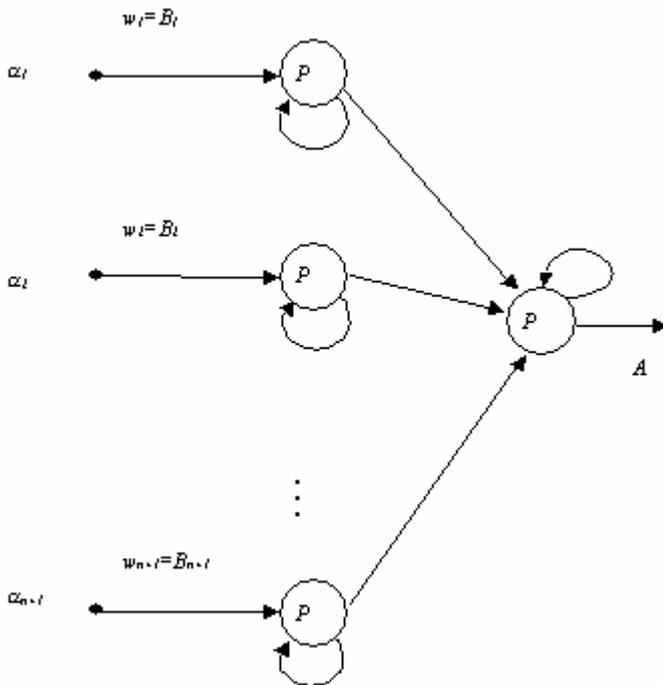


Рис. 5. Преобразователь СОК в ПСС (двоичный код) на основе НСКК

Количество входов преобразователя определяется числом модулей СОК $p_i, i \in [1, n + 1]$ и их двоичным представлением. Число A на выходе преобразователя будет представлено в двоичной системе счисления. Количество разрядов представления определяет число входов второй компоненты - НС классификации номера ошибочного интервала и зависит от величины полного диапазона СОК. Количество выходов будет равно числу ошибочных интервалов $K_{i,j}^{r,k}$

и определится из выражения $l = 2 \sum_{i=1}^n p_i - 2n$, где n – число рабочих оснований.

Для рассмотренного выше примера полный диапазон $P=510$, для представления которого потребуется 9 двоичных разрядов т.к. $2^9=512 > 510 > 2^8=256$, число выходов

$$2*(p_1+p_2+p_3)-2*n=2*(2+3+5)-2*3=14.$$

НС классификации номера ошибочного интервала должна по зна-

чению числа A определять в какой ошибочный интервал $K_{i,j}^{r,k}$ оно попадает и на соответствующем выходе формировать 1 , а на остальных 0 . В случае отсутствия ошибки все выходы равны 0 и дальнейшее исправление числа A не требуется.

Решение данной задачи возможно с помощью двухслойной нейронной сети прямого распространения с логарифмическими сигмоидальными функциями активации в каждом слое [3]. Такая функция активации выбрана потому, что диапазон выходных сигналов для этой функции определен от 0 до 1 , и этого достаточно, чтобы сформировать значения выходного вектора. Пример структуры нейронной сети приведен на рис. 6.

Число нейронов первого слоя выбирается на основе разумных предположений исходя из конкретного числа входов и выходов, определяемых для заданной системы оснований СОК. Обучение сети проводится по методу обратного распространения ошибки [3].

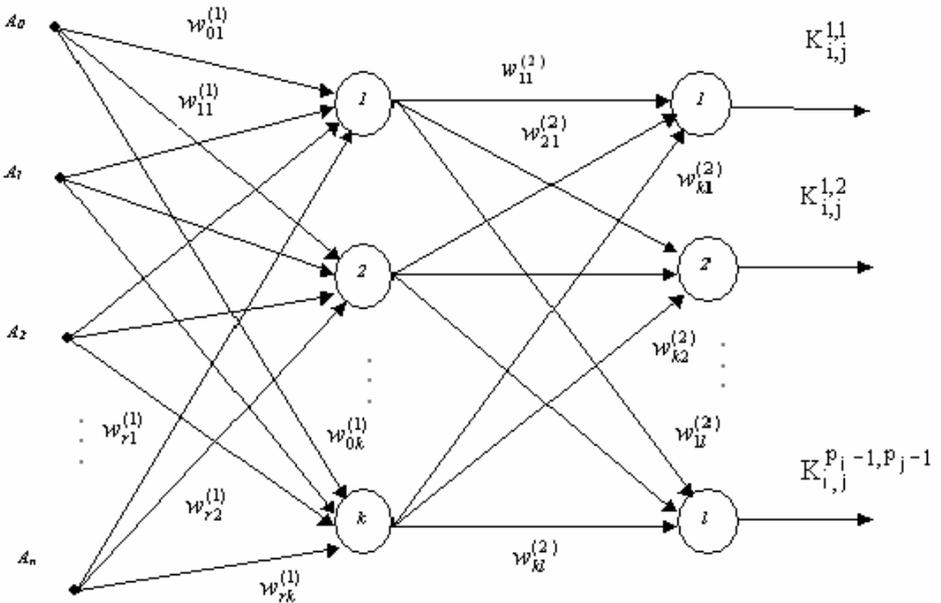


Рис. 6. Нейронная сеть классификации номера ошибочного интервала

Определив ошибочный интервал $K_{i,j}^{r,k}$, становятся известными ошибочные основания p_i и p_j , глубина ошибки Da_i и глубина

ошибки Da_j , которые определяют количество входов нейронной сети исправления ошибки (рис. 7), а соответственно и значения синаптических весов первого слоя сети

$$w^{(1)}_{ij} = -Da_j B_i - Da_j B_j; \quad (14)$$

Значения весовых коэффициентов остальных связей равны $w=1$.

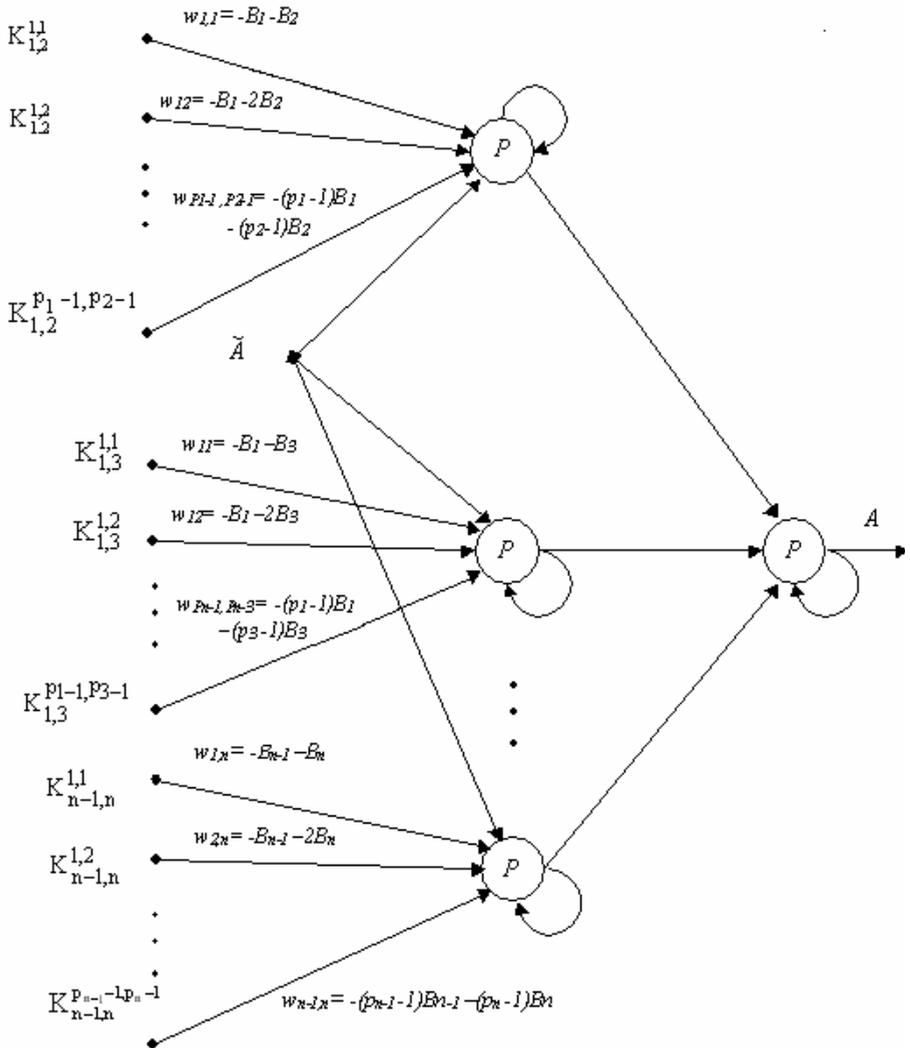


Рис. 7. Нейронная сеть исправления ошибки

На вход каждого сумматора нейронной сети конечного кольца поступают произведения весов (14) на значения 1 или 0 с выходов сети классификации номера ошибочного интервала и исходное число \tilde{A} . Так как на выходе сети классификации значение 1 формируется только на одном из выходов, то результатов работы НС исправления ошибки будет правильное число A , вычисляемое согласно выражению (11). В случае отсутствия ошибок на выходах сети классификации будут значения 0, а следовательно все весовые коэффициенты (11) при умножении на 0 примут нулевые значения и на выход нейронной сети пройдет число A в позиционной системе счисления.

На выходе сети формируется исправленное число A в позиционной системе счисления.

Предложенный метод локализации и исправления и его нейросетевая реализация может быть реализована аппаратным способом на базе программируемых логических интегральных схем (ПЛИС) типа Xilinx [3]. Высокая степень интеграции ПЛИС, а также способность воспроизвести практически любую структуру нейронной сети, в том числе и НСКК позволяет реализовать параллельно работающие нейроны отождествленные с модулями СОК, а также блоки локализации и коррекции, обеспечивающие отказоустойчивость и живучесть модулярного нейрокомпьютера.

Литература

1. *Акушский И.Я., Юдицкий Д.И.* Машинная арифметика в остаточных классах. – М.: Советское радио, 1968, 440 с.
2. *Н. И. Червяков, В. В. Бережной, А. А. Оленев, И. А. Калмыков* Минимизация избыточности кода системы остаточных классов с одним контрольным основанием – Киев: “Электронное моделирование”, 1994 г, Т.16. №1.
3. *Червяков Н.И., Шапошников А.В., Сахнюк П.А.* Модель и структура нейронной сети для реализации арифметики системы остаточных классов // Нейрокомпьютеры: разработка, применение, 2001, №10, с. 6-12.
4. *Галушкин А.И.* Нейрокомпьютеры. – М.: ИПРЖ «Радиотехника», 2000, 526 с